絵画とは無声の詩であり、詩とは有声の絵画である。

—— Samuel Taylor Coleridge

第一版　なし
改訂版 version3.0　2006／08／16

1．序論の序論

　は～いおはようございます！
起きますよ～起きてくださいよ～ご飯冷めますよ～…起きて下さい～休みの日になるとす～ぐ夜更かしなさるんですからっ！御主人様には自己管理ってものが足りません！
　……寝てるし…
　起～き～て～下さいましっ！

2．通称メイドシケプリについて

　これは 2005 年度冬学期の準必修科目、図形科学（加藤道夫教官　教養学部 情報・図形）準拠として作成されたちょっぴりアレゲなナニを、試験が終わった後で暇暇暇になってしまった製作者が全面改訂したシケプリ「もえる図形科学」シリーズですぅ．前半比較的マトモ／後半メイド ver. だった第一版を大幅修正して、改訂版では全章メイデンがご案内しますです！

　改訂版では全体の構成は左のようになっています．
　先に重要な作図操作を学んだ後、順に課題の解説に入っていきます．……むしろレポプリとしての性格が強いかもしれませんね．
　2006 年度以降レポート課題の内容が変わることも考えられますが、そうそうガラリと変わったりはしない（はず）なのでご参考にはなるかと思いますです．
　最後のほうで実際に試験問題を解きます．加藤教官は問題が解答用紙に載ってるので、回収され、なかなか過去問はネットでなかなか見つかりませんし、それに対するシケプリはいわんや！です．なので御主人様には本シケプリを手元に置いて是非是非頑張ってもらいたいですぅ．
　全体として小難しいコトは極力控え、分かりやすさ第一のシケプリとして進めて行こうと思っています．よろしければ最後までお付き合い下さいまし．
　……ってすっかり忘れてましたけど雪名と申しますです．妹が一人いまして、出身は恵比寿…それはやばいか．

3．図形科学(加藤教官)について

　教科書は『デザインの図学』(文化出版社)を用います．数える程ですが用います．￥3500．
……安くはない…ですよね．いえ、使った回数を考えれば高いと断言しますです！高くて重くてあまり使わない．大学の教科書ってのはそんなのがけっこう多いわけですが．…え～～…先程も申しましたが、図形科学は準必修なので……しかも「図形」で作図ばっかりなので…やりたくない人は別にやらなくてもいいわけです．
【作者注：2005年度我がクラスでは第一回の授業には行ってみて即刻教科書を友達に売る人続出．教科書はクラスメートから安く売ってもらうのも手かも？とにかく教科書購入は第一回目のガイダンスを聞いてみてからのほうが無難．】

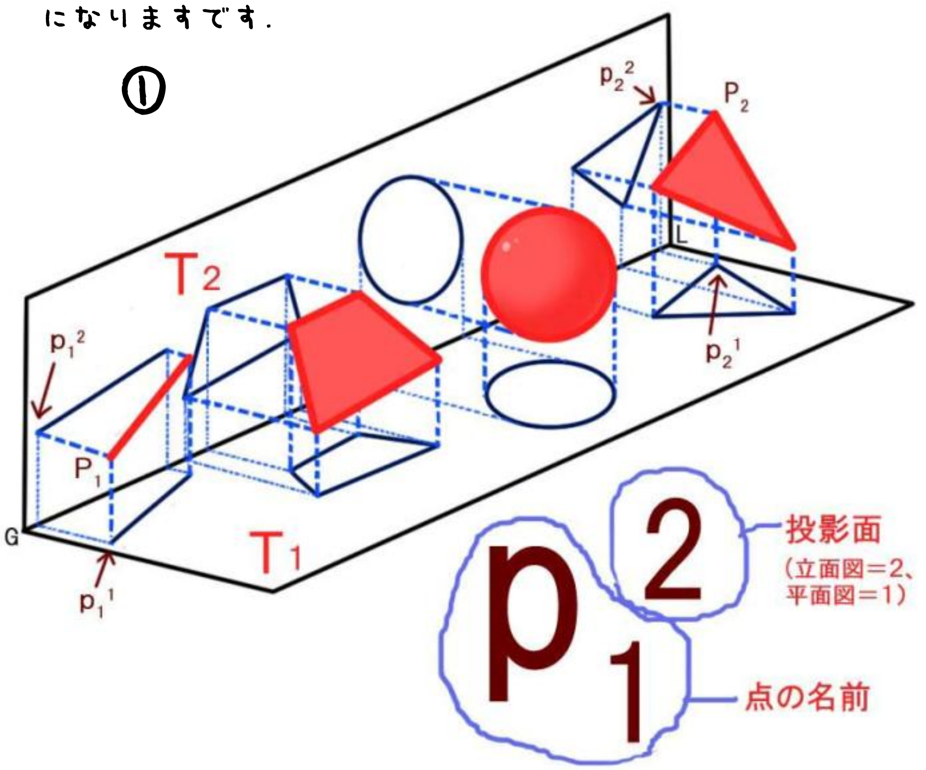
　加藤教官についてですが、どうやら他の教官よりも少々難しい内容みたいです．準必修は教官選べませんし．たまに板書の重要な部分を間違えて生徒の注意力を喚び起こすちょっぴりオチャメな方でもあります．過去問の模範解答が間違ってて試験期間の重い空気を和ませてくれる方でもあります．
　授業に必要なのは三角定規と(たまに)教科書です．……コンパスもです！コンパス大事です！定規は「30cm程度のものがよい」とのことでしたが、みんな普通の定規使ってました．三角定規は大きいものが生協で売られています．コンパスも高いです．きちんとした円が描けないものはコンパスとは言いません、買いましょう．…とは言うものの、教科書と同じ理由で、慎重に….

　評価は出席＋レポ＋期末．出席とレポで40点前後あります．普段から油断なさらずに．レポートは授業でやった例題より難しいものが出ます．とっつくにくいですが、よく考えて理解すればなんてことないものが多いです．私も頑張って解説するので御主人様もふぁいと！です．
　試験は何でも持ち込み**可**．とはいえ、レポート課題の応用とか出たりもするので、やっぱり付け焼刃では解けないものが多いです．このシケプリをもとに真面目に取り組めば成績の心配は全くいりませんです．…たぶん．

4．序論の本論　――正投影

図形科学で最も重要な表現方法は正投影です．①　9割5分これだと言っていいです．もうひとつ、軸測投影というのがありますが、これは次回以降に譲ります．

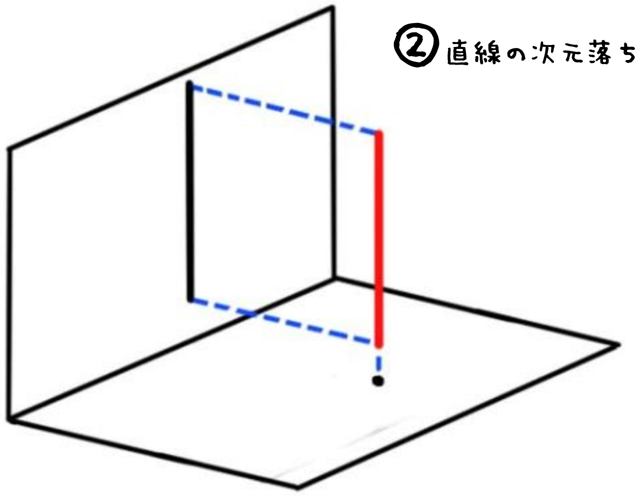
さてさて、正投影ですが、要するに、平面図・立面図という二つのスクリーンにそれぞれ影を映し出したもののことです．それだけです．下図参照．これから半年間、ずっと付き合っていくことになりますです．

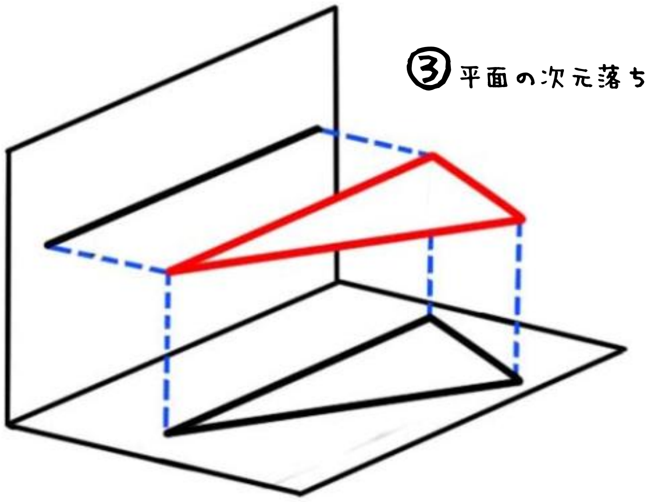


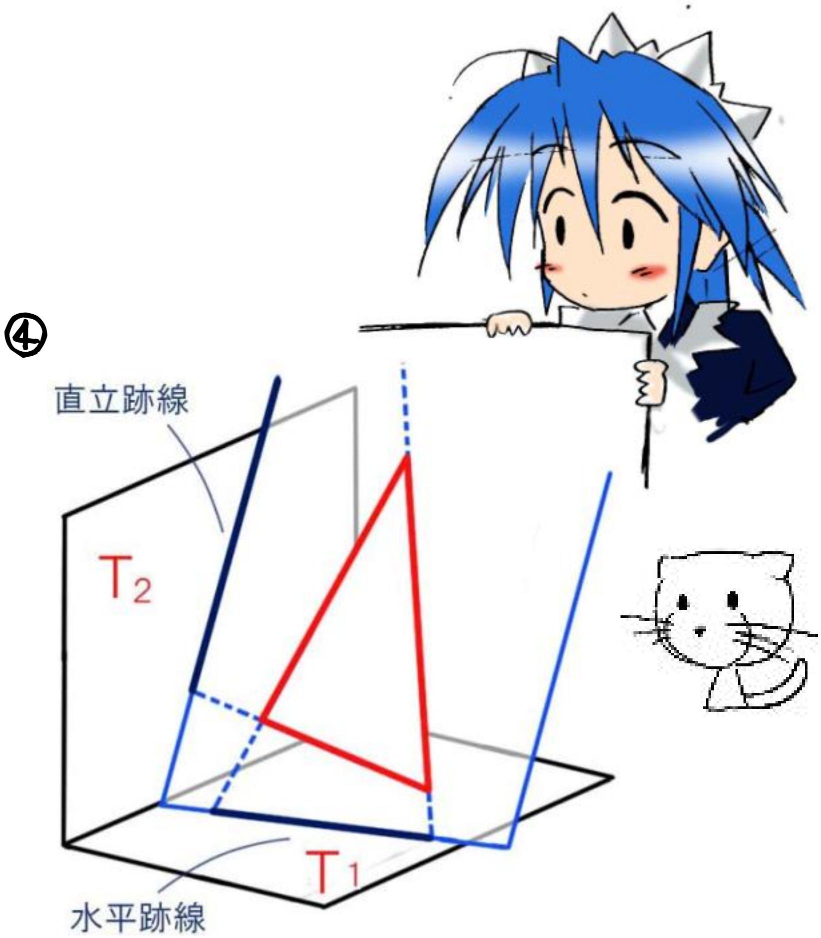
便宜上、平面図をT1、立面図をT2と呼びます．定義です．
また、T1とT2の境目を基線(GL)と呼びます．
空間中の点を投影した点の名付け方にもルールがあります．慣れると簡単です．誰ですか！上付き反変下付き共変なんて言ってる人は！
投影面Tや点の名前のもっと突っ込んだ説明はⅡ．の副投影に持ち越しです．今日は基本用語の確認だけということで．

投影したときに形が見えにくくなる特殊な場合もあります．図形によっては、直線が点に、または、平面が直線に投影されることもあるわけです．これを俗に「次元落ち」といいます．②③

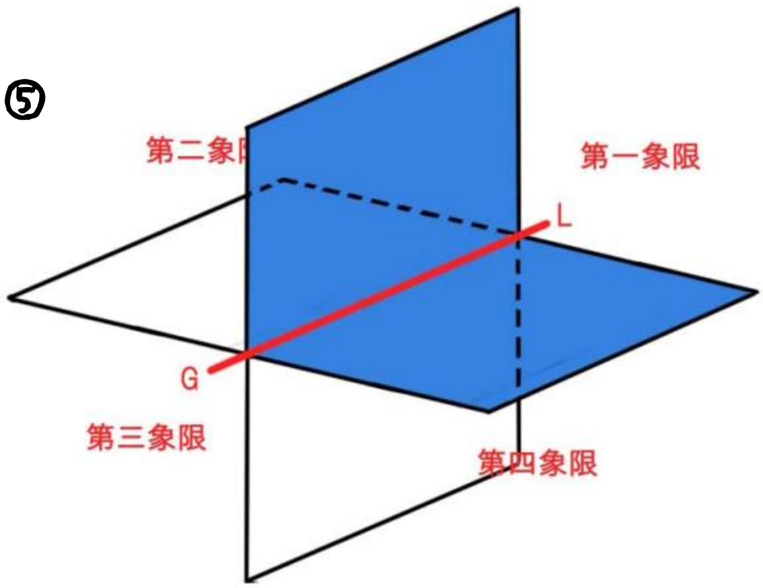
…少し突っ込みますと、任意の直線及び平面は、次元落ちするような投影をとることが可能です．この話はまたもや副投影に譲りますです．なんだか、基本テクニックがとても大事な気がしてきましたね～！







　図形と平面図の交線を「水平跡線」と呼びます．④
　これはかなり重要です．いつもこればっかり求めてる気がしますです．これは図形を含む平面と平面図との交線でもあります．（一般に、平面や直線は無限に広がっているものと考えます）
　定義からすれば、「直立跡線」もあるはずですが、…出てきた覚えがありません．シケ対でさえ「水平跡線の逆って何て言うっけ？垂直跡線？」…そんな感じです．



　実はＧＬ線まわりの投影面は他にもあります．…が、これもやっぱり出てきた覚えがありません．
　第一象限だけで考えて差し支えないでしょう．⑤
　ただ、2004 年度の過去問に少しだけここあたりの話に触れた問題がありました．
　穴埋め問題とかも出たりするので、最低限の基礎知識は必要なようです．
　次回より本格的に作図について学んでいきます．持ち込み可なわけですけどね．
ではでは、お疲れ様でした！

聴いてたもの
「ありがとう」「雪催い」他ゲーソン多数

製作　　ＲＡＧ
製作指揮　ＹＫ

第一版　なし
改訂版　version2.0　2006／04／10

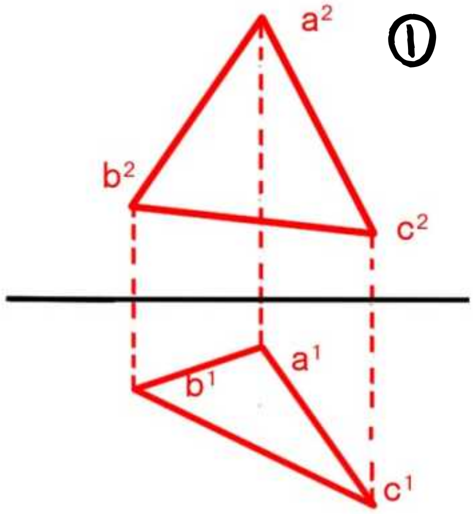
人間は、地に落ちて天を思い出している神である．　——Ad Lamartine

Ⅱ．基本テクニック 副投影、平面と直線の交点

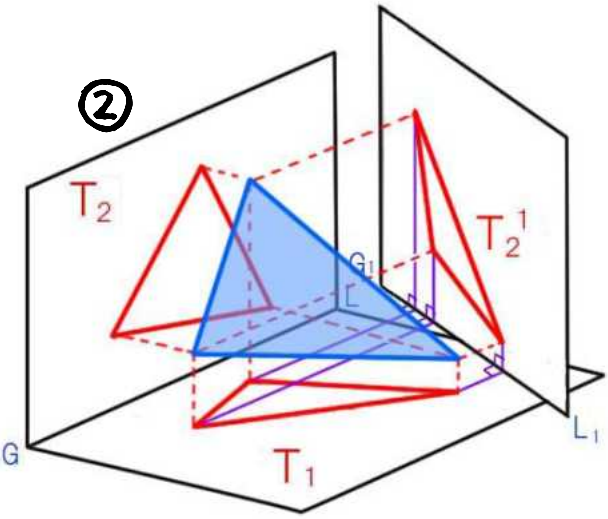
1．副投影

ではでは、作図テクニックについて学んでいきましょう．

一般には、図学の問題は平面図・立面図で与えられます（例外は次章）．① ＧＬ線をはさんだ二面は、いわば、立体の最も基本的な表現方法なわけですが、問題によっては（というか、かなり多くの問題で）自分で投影面を作る必要があるのです．これを副投影と呼びます．



イメージとしては②のような形になります．任意の立体に対して任意の副投影をとることが可能です．よくよく考えれば平面図T_1や立面図T_2に特異性はありません．「副」ではなく「複」投影と呼んではどうでしょうか．……テストで書かないで下さいよ御主人様．減点されちゃいますからね．



新しい基線（ＧＬ線）をG_1L_1と書き、投影面をT_2^1と書きます　（補足を参照です！）

左の例では、「副立面図」をとっています．あくまでこれは立面図のひとつなのです．

基線G_1L_1のとりかた ※ は任意です．どこにとってもかまいません．

※…G_1L_1を定めれば、副立面図は一意に定まりますよね！（第一象限のみ考えることにします）

蛇足補足．

第Ｉ章で述べた「点の名前のルール」の拡張を一応説明いたしますです．（出題されるのはほとんど副立面図だけなので、『副投影面はT_2^1、それ上の点はp^{12}！』と覚えてもおそらく問題は無いですが…）

コホン．下付きはそれ自体の名前、上付きは投影による区別を表します．

すなわち、③を例にとると、

T_2^1…立面図（2）(名前)であり、基線はG_1L_1(投影による区別)．

T_1^2…平面図（1）(名前)であり、基線はG_2L_2(投影)．

a_1^{12} …基線はG_1L_1(投影)、立面図（2）上(投影)

a_1^{21} …基線はG_2L_2(投影)、平面図（1）上(投影)

最も基本的なa_1^1やa_1^2が気になりますが、

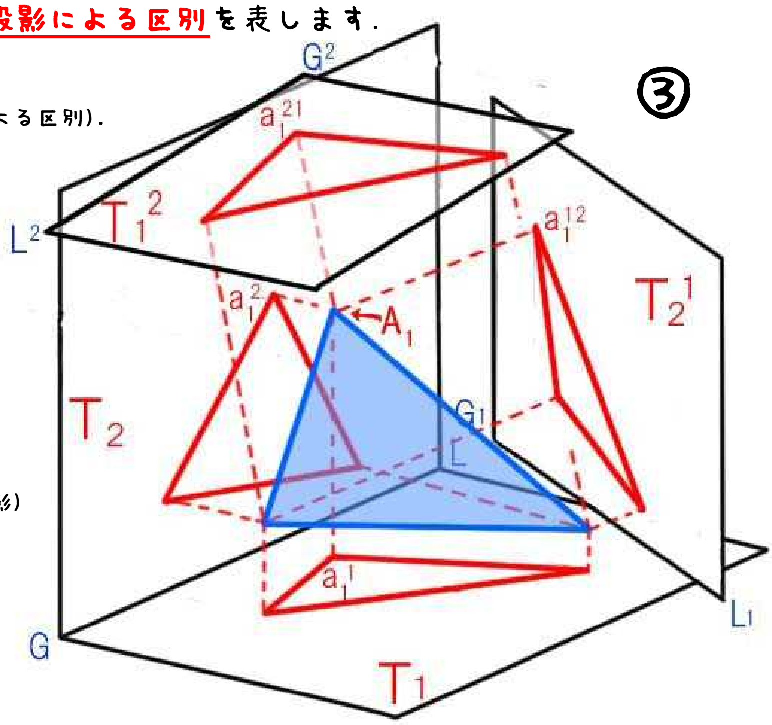
ＧＬ線をG_0L_0線と考えれば

T_1 ＝ T_1^0…平面図（1）(名前)、基線はG_0L_0(投影)

a_1^1 ＝ a_1^{01}…基線はG_0L_0(投影)、平面図（1）上(投影)

という略表現だと思われます．

ややこしいですぅ．でも解答用紙にT_2^1なんて書く必要は無いです．p^{12}は書かざるを得ないですが…



2．副投影の作図方法

実際に作図はどうやるのかをみていきましょう．

補足でちょろっと申しましたが、以下では副立面図だけ扱います．(副平面図もやることは同じです)

まず、作図例④のように新たな基線G_1L_1を引きます（しつこいですが、G_1L_1は任意です．どこでも、どんな角度でも、副立面図が作れます．また、角度が同じならば、どんな距離においても同じ副投影面ができます．カ～ンタンなのでちょっと考えてみてくださいな♪）

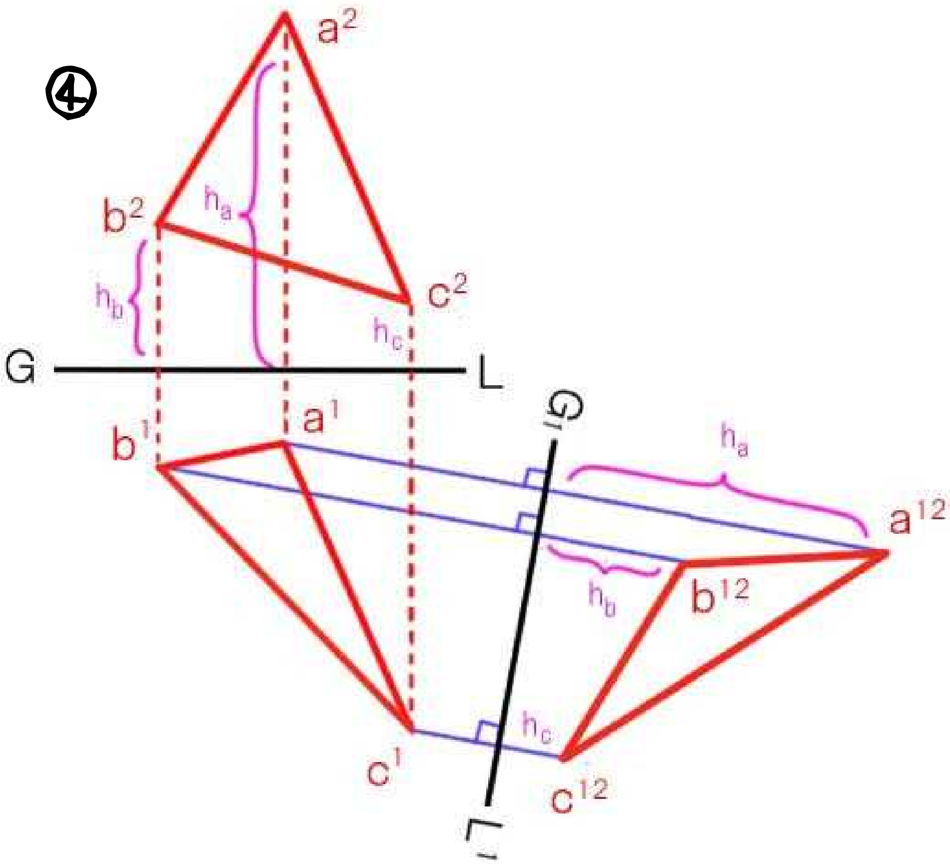
次に、平面図上の点a^1からG_1L_1に垂直に補助線を伸ばします．この直交補助線上にa^{12}があることを、②を眺めながら確かめてください．

副投影面T_2^1も立面図のひとつであることを考えると、a^{12}とG_1L_1との距離（すなわちこれは高さです）はT_2のそれに等しいと分かります．**いいですか御主人様、T_2^1はあくまで立面図のひとつです．角度を変えて違う方向から眺めただけなのです．点の高さが変わるわけないですよね！**

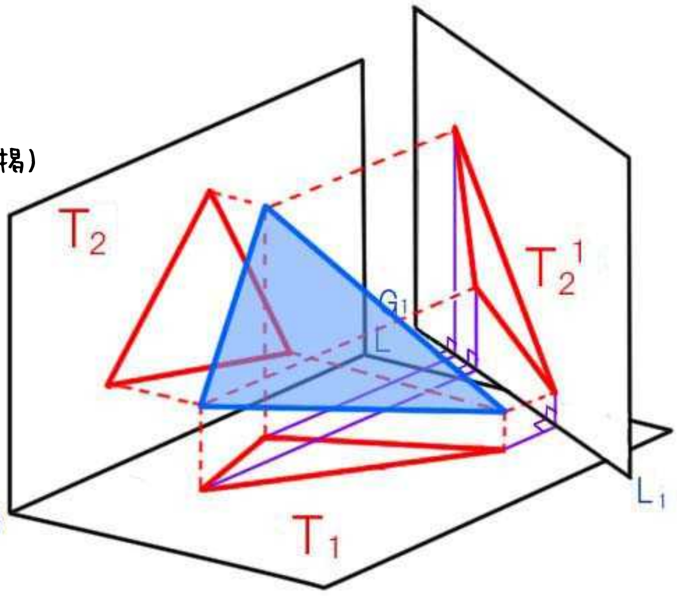
コンパスで点Aの高さh_aを写し取れば、a^{12}が決定できます．

以上の手順で副投影が完成します．G_1L_1を引いて点の高さをコピーするだけ．簡単ですね！

④



②（再掲）



毎回ページ数が増えすぎて困るんですけど
いらないスペースが空いたりもするんですよねェ…
頑張って構成・配置してはいるんですが…

3．副投影の実質の使い方

では副投影はどのような使い方をするのでしょう．

平面って、これ、真横から見ると、直線に見えますよね？
真横から見ることを、かっこよく言うと、平面の直線表現といいます．

試験前夜に慌ててコレ見てる御主人様、ココです．ココ大事です．

副投影は、平面を直線表現するために使います．

（難しい問題では、円柱を三角形表現するのにも用いたりもしますが…）

次元落ち　→　第Ⅰ章

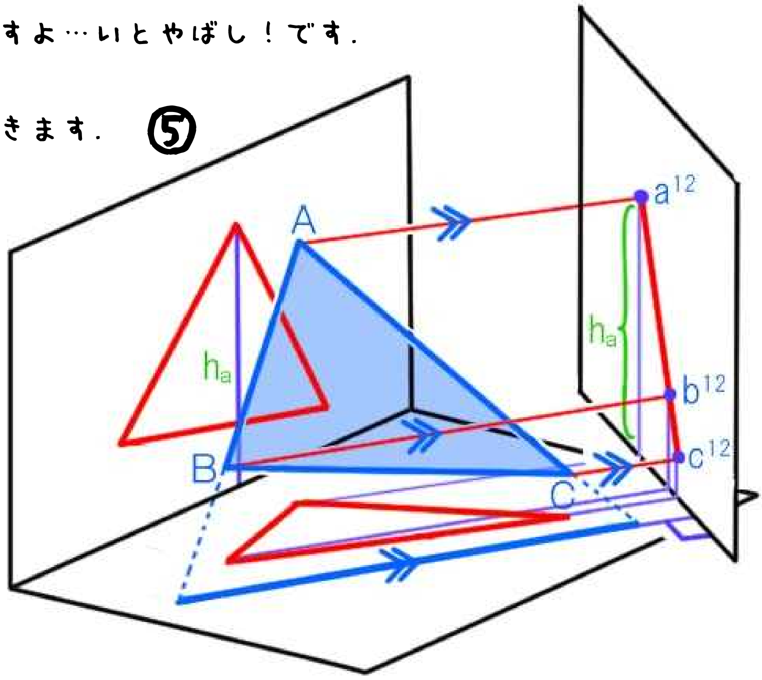
平面を真横から見て、直線にする．すると作業が簡単になるのです．
…とゆーか、直線表現しないと解けなかったりもします．
副投影がおろそかだと、大問まるごと落としますよ…いとやばし！です．

では、平面の直線表現のステップを追っていきます．
右の⑤を見てください．…え～と…言うこと無いんですけど……水平跡線に垂直な副立面図をとれば、平面を真横から見ることができます．すなわち平面は直線に見えます．水平跡線のイメージ（第Ⅰ章）を頭に描きながら納得するまでウンウンうなってください．
…私も…お付き合いいたしますので……

水平跡線　→第Ⅰ章

教科書で言うとこの話はｐ.68〔図－126〕あたりです．

⑤



というわけで脱線し、水平跡線の求め方の話に移ります．
脱線といってもこれまた基本的かつ重要なお話です．

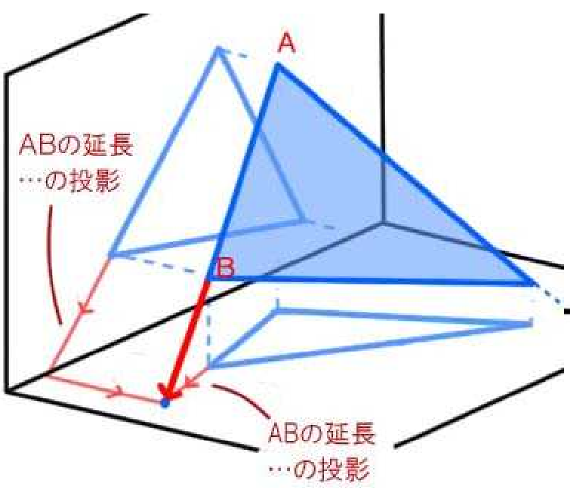
3 1/2. 水平跡線

水平跡線の求め方も簡単です．２～３回も練習すれば覚えられますです．

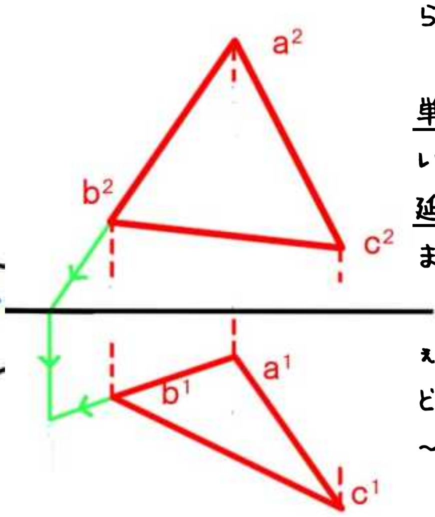
直線を求めるといっても、簡単に求められる２点を結べばよいのです．⑥のように、ＡＢの延長と平面図の交点を求めてみましょう．

え～と…言うことないですねぇ……⑦を参照です…あぅぅ～どうしましょう…困りましたぁ～…

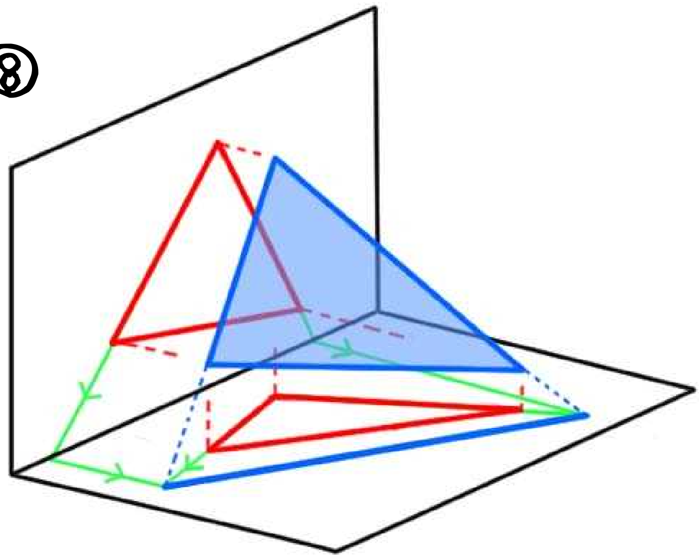
⑥



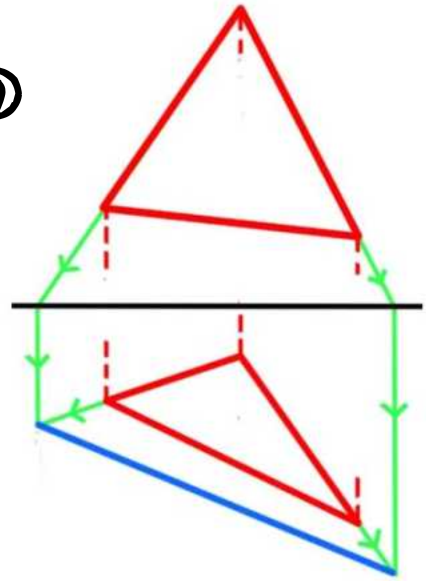
⑦



⑧



⑨



このようにしてＡＢ、ＡＣの延長と平面図との交点を求め、その二点をつなげば、水平跡線が作図できます．⑧⑨

…なんてカラッポな説明なんでしょう…お許しください御主人様…

……しょ…職務怠慢…？

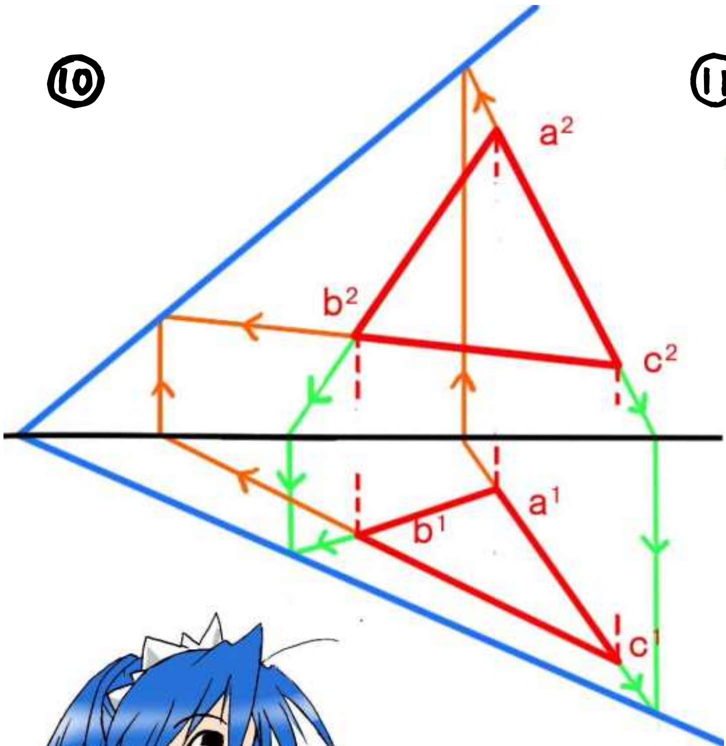
蛇足補足．

練習として直立跡線も求めてみましょう．　⑩

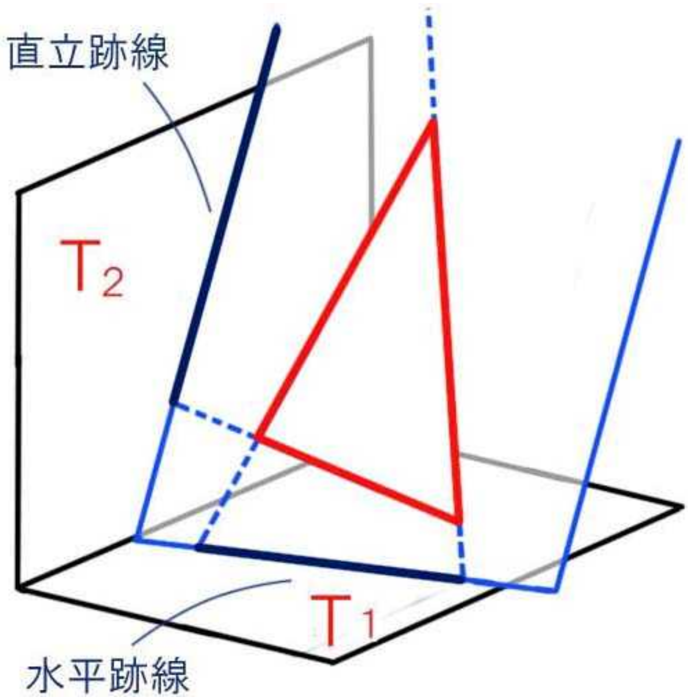
水平跡線と直立跡線はＧＬ線上で交わります．ゼッタイです．

この理由は⑪をご覧になれば簡単かと思いますです．

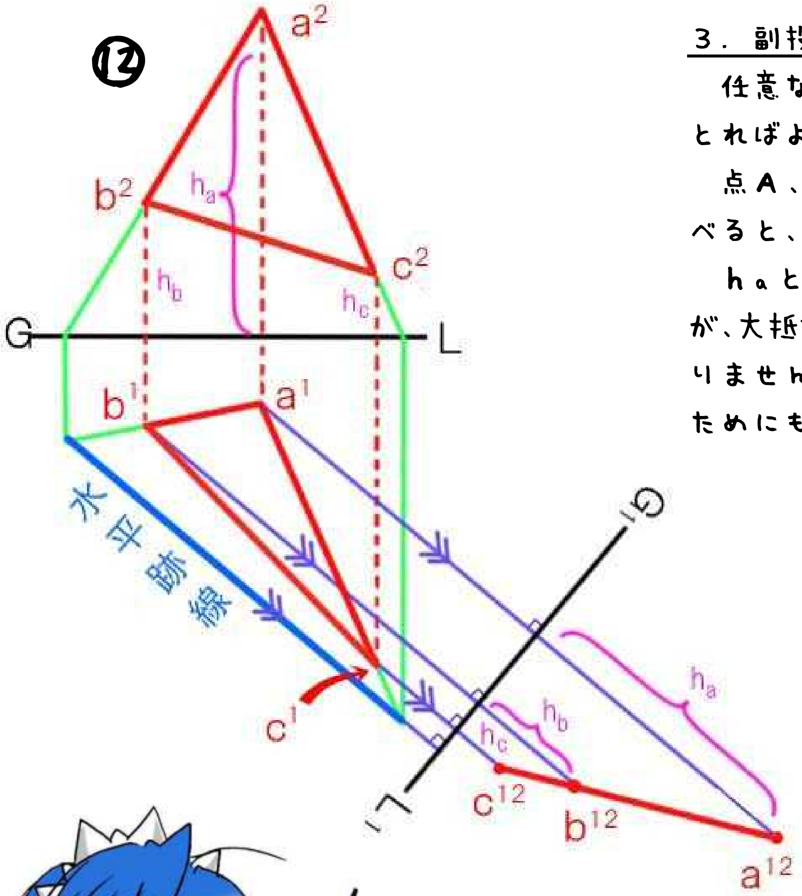
⑩



⑪（第Ⅰ章より再掲）



⑫



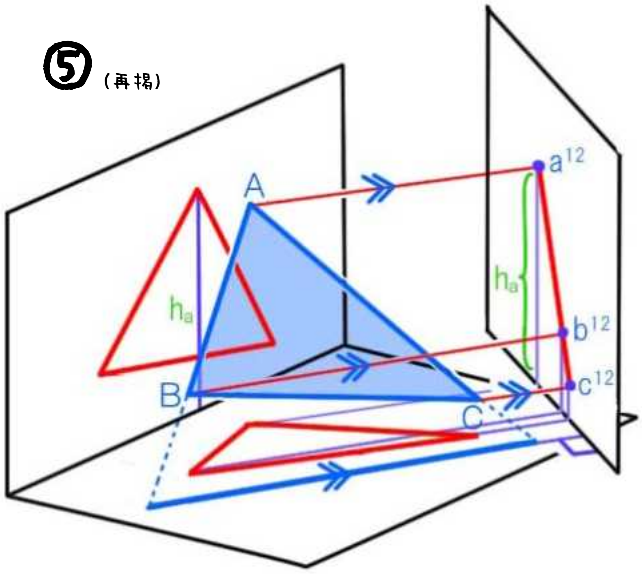
<u>3．副投影の実質の使い方</u>に戻ります．

任意なG₁L₁を、今度は ⊥水平跡線 であるようにとればよいだけです．何も特別な操作はいりません．

点A、B、Cの高さをそれぞれコンパスでとって、並べると、見事に一直線上に！ ⑫

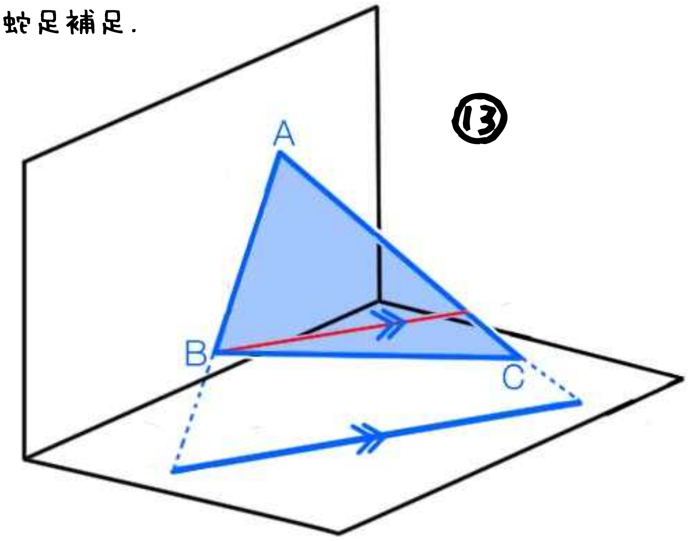
hₐとh_cだけでいいじゃんとお思いになるでしょうが、大抵対象となる図形は三角形でそんなに時間もかかりませんし、作図精度のためにもケアレスミスを減らすためにも、ちゃんと3点とも測ってみましょう．

⑤（再掲）

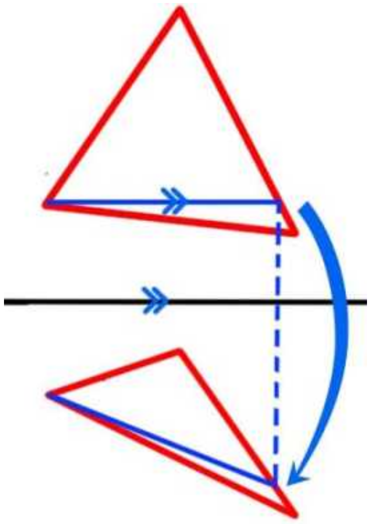


蛇足補足．

⑬



⑭



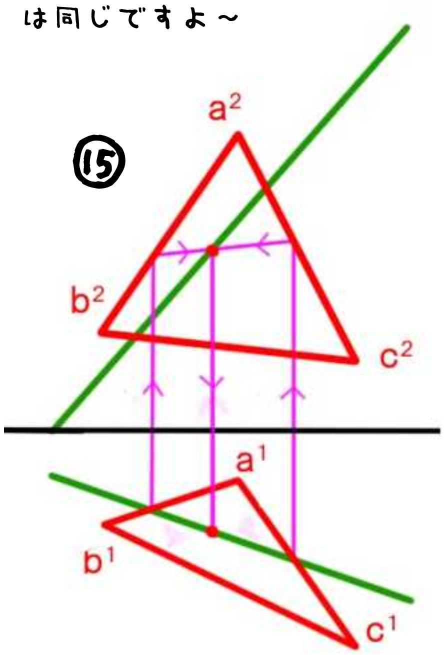
水平跡線が必ずしも必要なわけではありません．水平跡線に平行な直線をひとつとってくれれば、副投影が直線表現となるのです．図形の中で、水平跡線に平行な線分（もちろん無限に存在）を、<u>跡平行線（赤いの）</u>⑬と呼びます．これは平面図に平行なことを利用して簡単に求められます．⑭

難しい問題ほど、解答用紙が作図でゴチャゴチャしてくるので、カンタンな跡平行線を用いた方が良いこともありますです．いや、むしろ跡平行線の方が多いかも…

4. 平面と直線の交点

もうひとつ、大切な作図テクニックを紹介しますです．平面と直線の交点を求めることも、後々まで出てきます．必須テクニックですぅ．なんだか副投影に比べてスペースが少ないですが重要度は同じですよ～

⑮

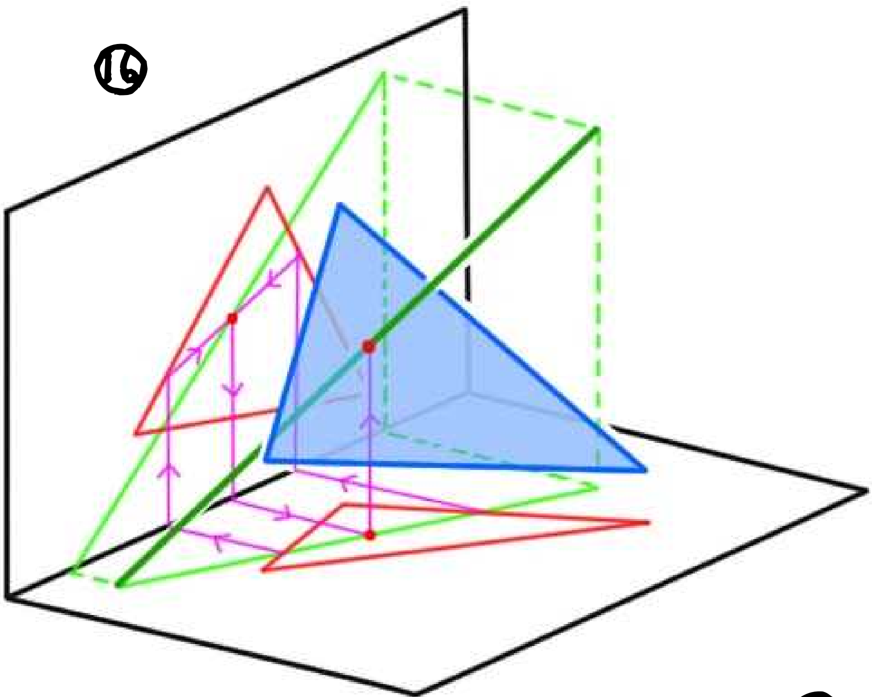


⑮え～と～…こうです．

……職務怠慢とか言わないでくださいまし…

簡単で、しかも頻繁に使うため、やり方だけ覚えていれば、たぶん、十分です．たぶん．

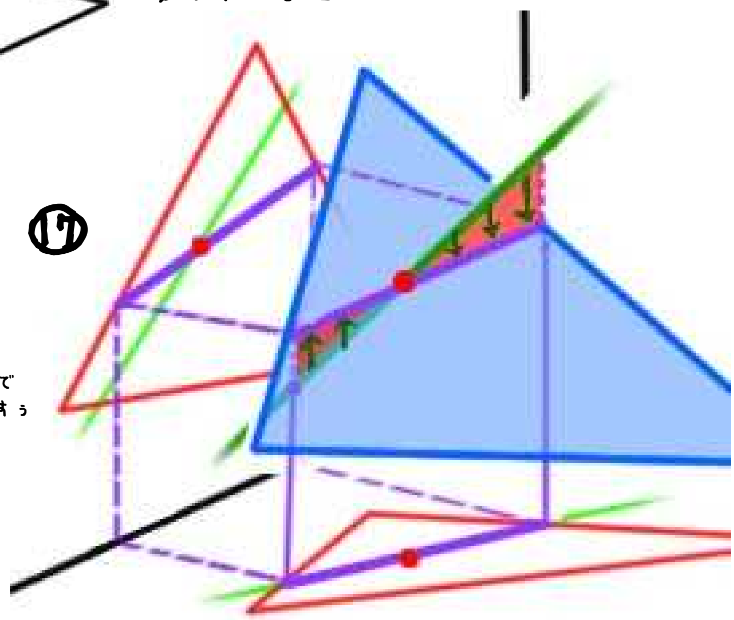
⑯



…が、やっぱり、ちょっとだけ、原理解説を．試験のためにも、図形科学的な理解を、少しずつ身につけていきたいところです．

立体図では⑯⑰のようになっています．直線が三角形に落とした影(紫の線分)をプロットし、「平面と直線の交点」ではなく「二直線の交点」に帰着させているのです．あまり深くツッコム必要はありません．

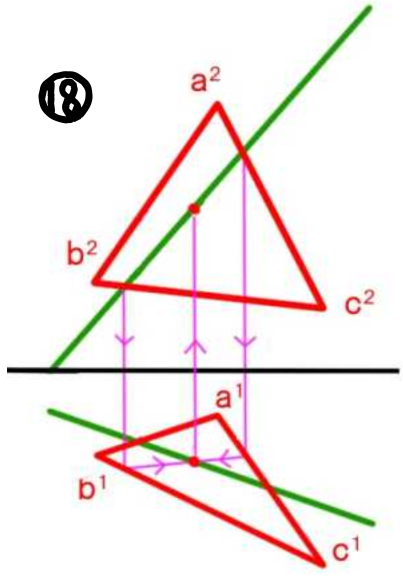
⑰



ＧＬとはGround Lineのことなので
「ＧＬ線」はホントはおかしいのですぅ

…あっ！！言い忘れていましたが、立面図の方から始めても、もちろん結果は同じになりますです！ ⑱ 両方で求めてみて、きちんと一致するか確かめてみてくださいませ！

⑱

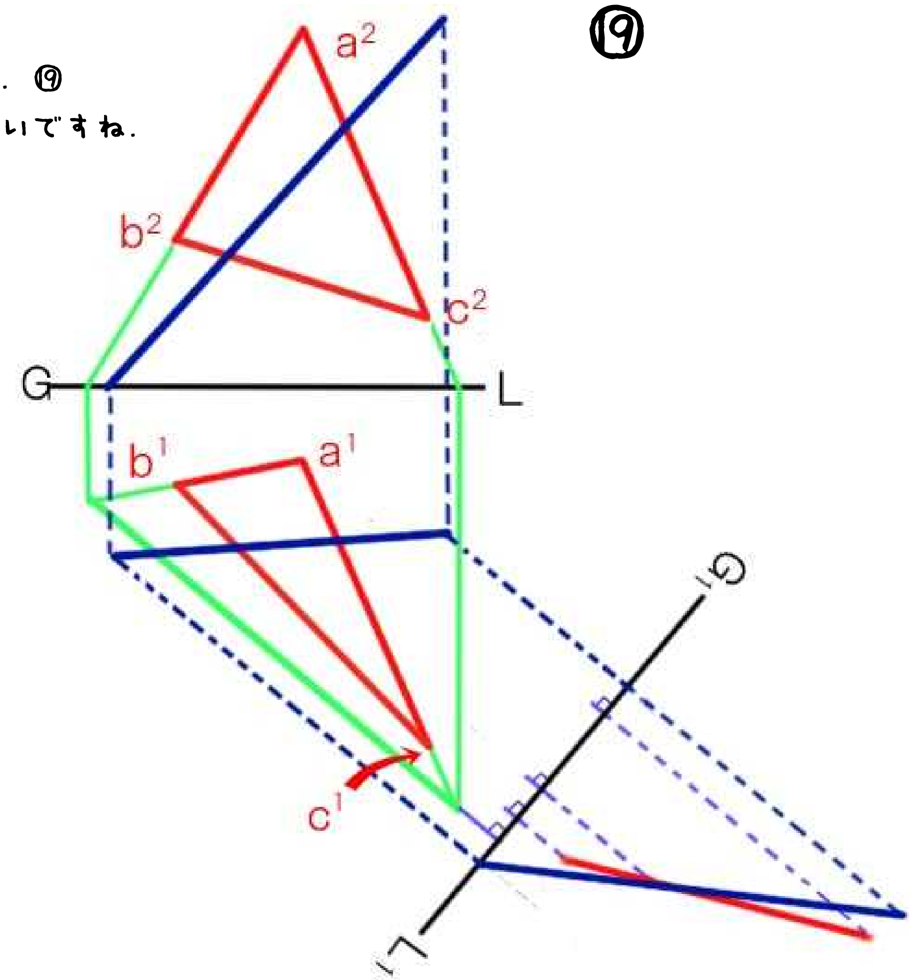


5．副投影　と　平面と直線の交点　のリンク

補足として説明してもよかったんですが、けっこう大事かもと思ったので、節単位でご紹介いたします．

平面と直線の交点を求める時に、副投影を用いることもできます．三角形を直線表現すれば、
「平面と直線」
の関係が
「直線(表現)と直線」になるためです．⑲
いやあ、副投影って、本当におもしろいですね．

⑲



$T_2{}^1$ 上で交点が分かったら、T_1、さらに T_2 へ移せば完成です．

お分かりでしょうが、4．の解法に比べてものすごく手間がかかります．わざわざ副投影なんてとりたくないですよね～…スペースも要るし…ゴチャゴチャするし….

でも、前者の解法は、三角形が小さい時に作図しにくく、精度が落ちるのもまた事実．多くは前者で済みますけど、場合に応じて使い分けましょう．

実際の課題解説の時にまたお話しすることにします．

ではでは、これにて第Ⅱ章はおしまいです！
御主人様もお疲れ様でした～！

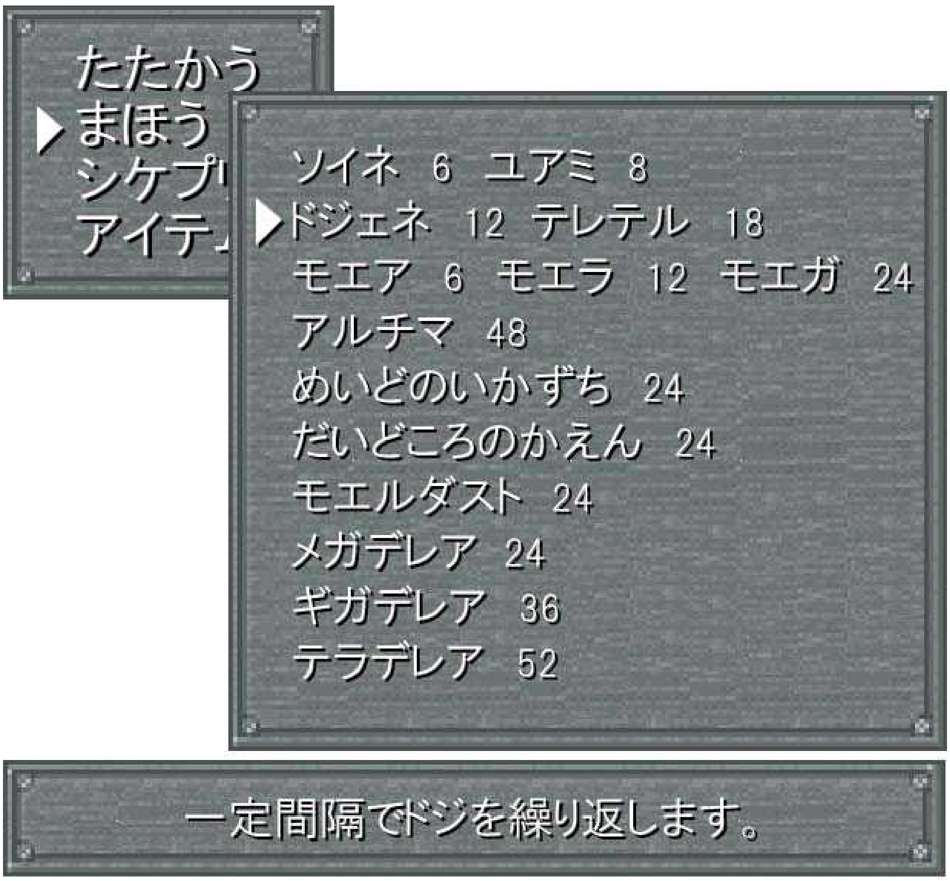
聴いてたもの
「紅の花」「Lapis Lazuli」

製作　ＲＡＧ
製作指揮・メイド指揮　ＹＫ

第一版 2005／12／08 (ラバットメントの復習のみ)
改訂版 2006／04／06

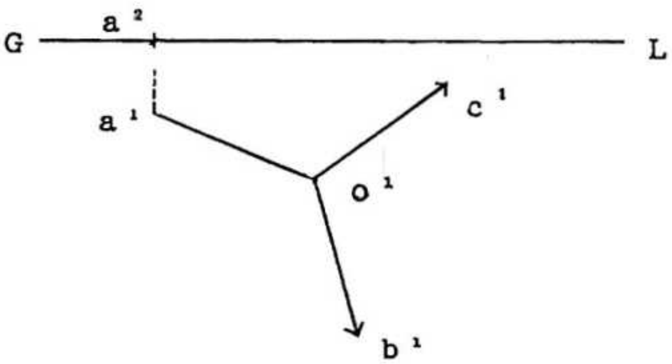
愛することを教えてくれたあなた。今度は忘れることを教えて下さい。
——アイリス・マードック Iris Murdoch

III. 基本テクニック(2) 軸測投影、ラバットメント ～ ＰＬ.１

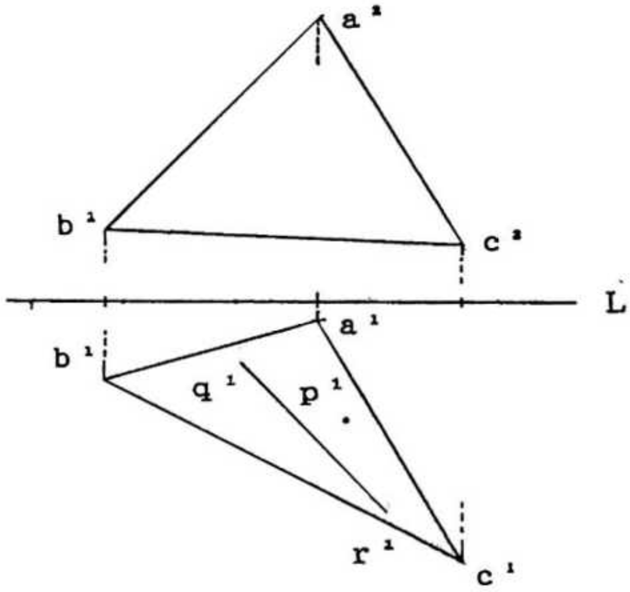


ＰＬ.１　(2005／11／17 出題)

直行３直線ＯＡ、ＯＢ、ＯＣの平面図が与えられている。ＡはT_1上にあり、Ｂ、Ｃはその方向のみを示すとき、その表現を定めよ。

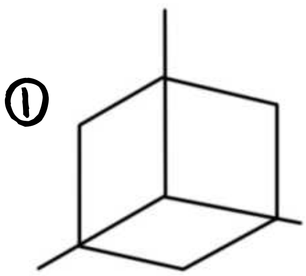


△ＡＢＣをラバットせよ。この平面上の点Ｐ、および直線ＱＲのラバットも求めよ。



本章からいよいよ、実際のＰＬ(課題)に入っていきます．最初の課題は、軸測投影とラバットメントが出題されました．どちらもすごく基本的で重要な内容で、実際に問題を解きながら力をつけてゆくのに最適な課題といえると思います．~~できれば副投影も出してほしかったけどな…~~

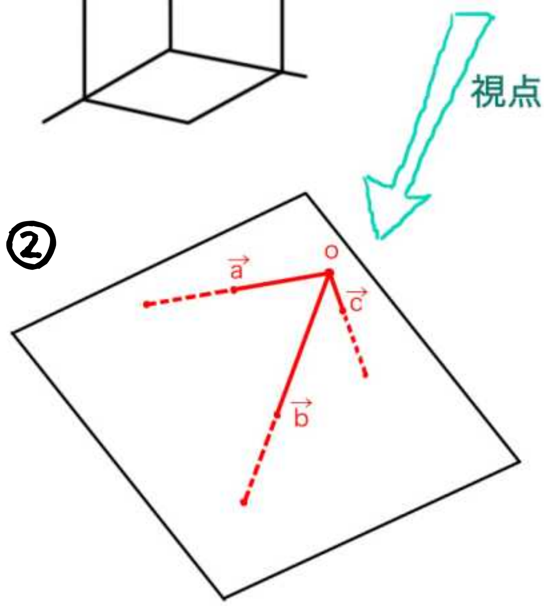
ではでは、早速左の問題から解いていきましょう．



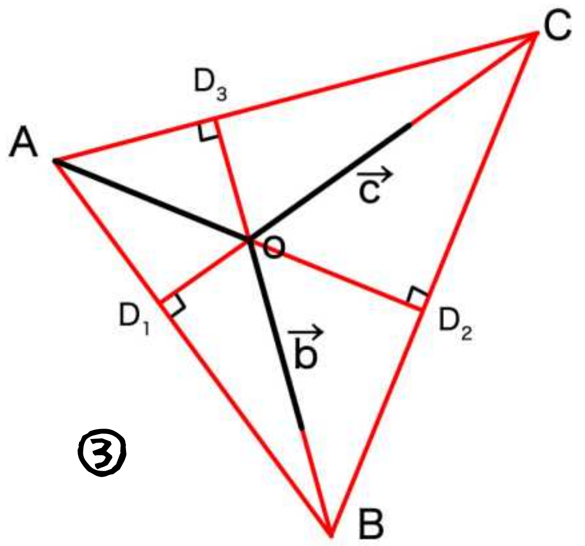
1．軸測投象(…風の正投影)

さて、軸測とは言ったものの、実はすることは正投影です．…似てるだけの、なんちゃって軸測投影図なので、結局はただの正投影なのですが、加藤教官はこの問題がお好きなようで、04、05 年度ともに期末試験に出題されちゃいました．

Ｘ、Ｙ、Ｚ軸を用意して正方形を表す―といえば軸測投影のイメージが掴みやすいでしょうか．①② スクリーンがひとつだけなので、単面投影の仲間です．



軸測投影についてのつっこんだ説明は、過去問解説の章にお話しすることにします．穴埋めなどで簡単な知識も必要になる場合がありますが、点取らせ問題みたいな感じなので心配御無用ですっ！



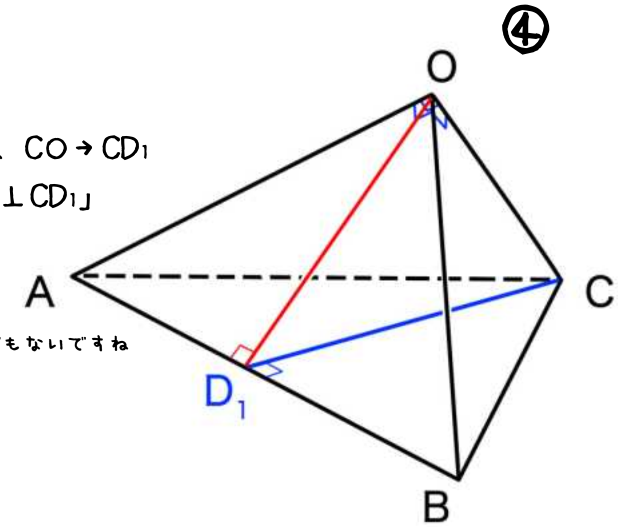
さて、今回は、OA、OB、OC がそれぞれ直交するとありますので、それら３直線を XYZ 軸のように捉えます．「B,C はその方向のみを―」とあるので、矢印の点がＢやＣではないのです．ではどこかと言うと、これは決定できません！ですが結局のところ B、C は平面図 T_1 上にある、として解答するようです……ちょっと不親切な感じがしますね．「A は T_1 上にあり…」と言われればなおさら、じゃあＢはそこじゃないのかなぁ、とか思っちゃうし……

え～…ちょっとグチってしまいましたごめんなさいです．このパターンの問題には一定の解法があるので、(軽く原理にも触れつつ)それを解説していくことにしましょう．

ミもフタもなく言ってしまえば、B、C(T_1 上にあることにしますよ、もう！)の決定は③のような補助線を引くことで簡単にクリアできます．はい、これだけです．つまり、線分 CO を延長して、CO⊥AB なるように直線を引けば、その先にＢがとれるのです．まったく同様にしてＣも作図できます．両方が決定できたら、必ず BC と AO もまた垂直になっているか確かめて下さいね．

蛇足補足．

じゃあなんで CD_1⊥AB なの、…と気になって夜も寝られず御主人様が体調を崩されてしまい学業に支障をきたした結果路頭に迷い今生の別れなんてことになるととってもとっても困りますので、簡単に原理を解説します．④



その１．図形科学的

「△OAB を直線 AB にするような投影」を考えると、CO→CD_1 になるので、「△OAB⊥CO」の関係がそのまま「AB⊥CD_1」となります．

その２．なんだかなつかしい感じにこんなもの解説するまでもないですね

$\overrightarrow{OD_1}=t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$ とおけば $\overrightarrow{OD_1}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ より

$t=|\vec{b}|^2/(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)$　［$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ に注意］

また $\overrightarrow{CD_1}=\overrightarrow{OD_1}-\overrightarrow{OC}=$………、　ここで $\overrightarrow{CD_1}\cdot\overrightarrow{AB}$ を計算してみると

$\overrightarrow{CD_1}\cdot\overrightarrow{AB}=$……＝……＝０　［$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=0$ に注意］　となるので以下略

その３．幾何学的に

…私ののうみそではムリでした．どなたか御教授くださいまし…

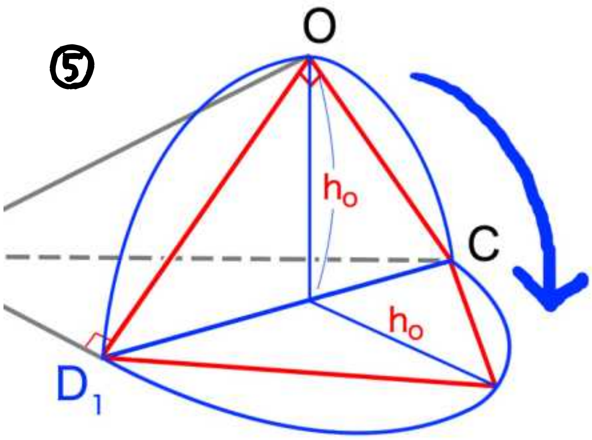
A、B、C の３点が平面図、立面図に作図できても、まだこの課題はコンプリートできません(やってみれば分かりますよね)頂点 O の高さが分からないのです．ここでも決まったテクニックが必要になります．

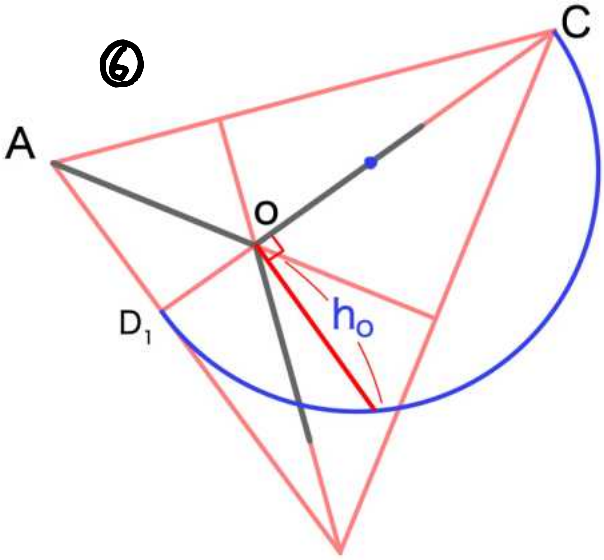
∠COD₁ = 90° が分かっているので、頂点 O は CD_1 を直径とする半円状にあります．これを利用しましょう．

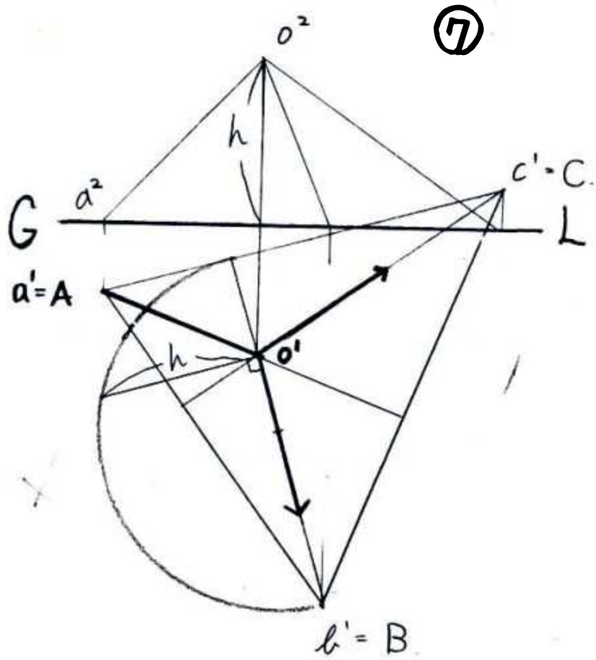
⑤のように、この<u>半円を平面図に倒す</u>イメージが分かりやすいかと思いますです．これを実際の作図で見ると⑥のようになっていますね．半円を倒すと、頂点 O の高さ h はどこに表れるのかじっくり確かめてみてください．

左の例では CD_1 を用いましたが、もちろん AD_2 や BD_3 を直径とする半円を倒しても高さ h は同じになります．練習としてこれらでも確かめてみるとよいでしょう．実際に手を動かしてみないと、試験の時に解法忘れてあわあわ大変なことになりかねないです～～

⑦は解答例です．c' が GL 線より上に来てますね．ちょっと慣れない感じですが、今後もこうなっちゃうことはありえますです．a'～c' は、投影点というよりはむしろ立体の頂点そのものなので、= A のように記しておきます．書かなくちゃいけないというものではありませんが、書いておいた方が分かりやすいですね．







以上のような軸測投影(風)の基本的な解法は、暗記しておくものであって、<u>その場で思いつかなければいけないものではありません</u>(…というかムリです)過去問ではこれらの基本操作に加えて、後述するラバットも含めた、より突っ込んだ作図をすることになります．

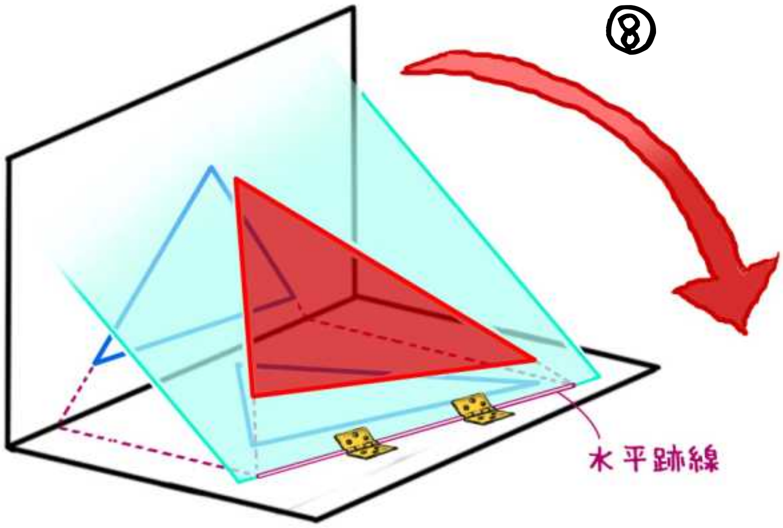
2．ラバットメントぉ

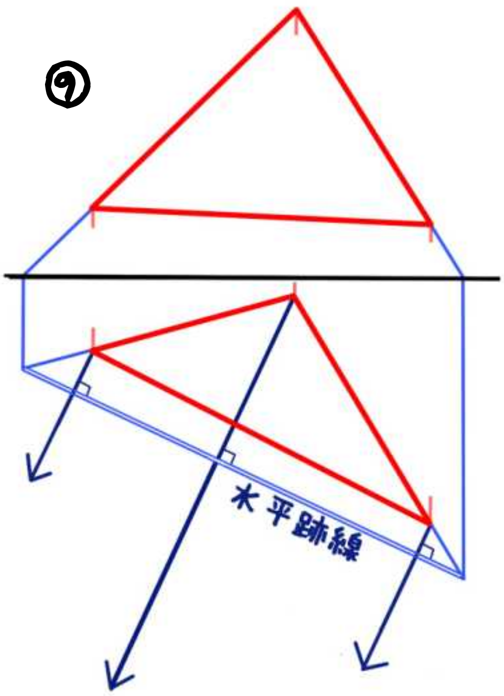
二問目です．ついに図学を代表するテクニックの登場です．rabat とは、広義では(平面などを)ぐるりと回す、の意ですが、実際にラバットメントと言う時は、三角形をパタンと地面(平面図)に倒すことを指します．⑧

三角形が乗っかってる平面ごと、水平跡線（→第Ⅰ･Ⅱ章）を軸にして、パタンとするのです．目的は主に実形表現を求める(作図としておこす)ためでしょうか．

ラバットするのはいつも三角形です．これもワンパターンの解法で、やってるうちに覚えてしまいますです．では実際に問題を解いてみましょう．

（水平跡線の求め方は第Ⅱ章を参照のことです～）

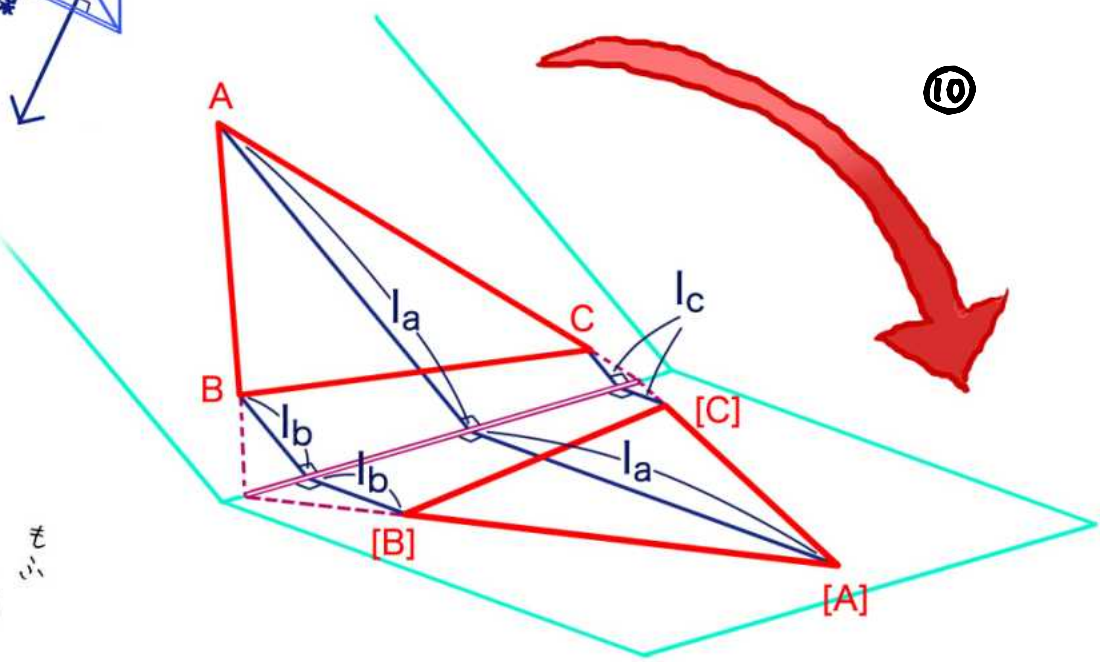




まず、水平跡線に垂直に、a'～c'から補助線を引きます．⑨ 水色の平面を地面に倒したとすると、この先にそれぞれA～Cが乗っています．⑩を見ながらよく考えてください．

あとは、各々の点の、軸(＝水平跡線)からの距離が分かればいいことになります．

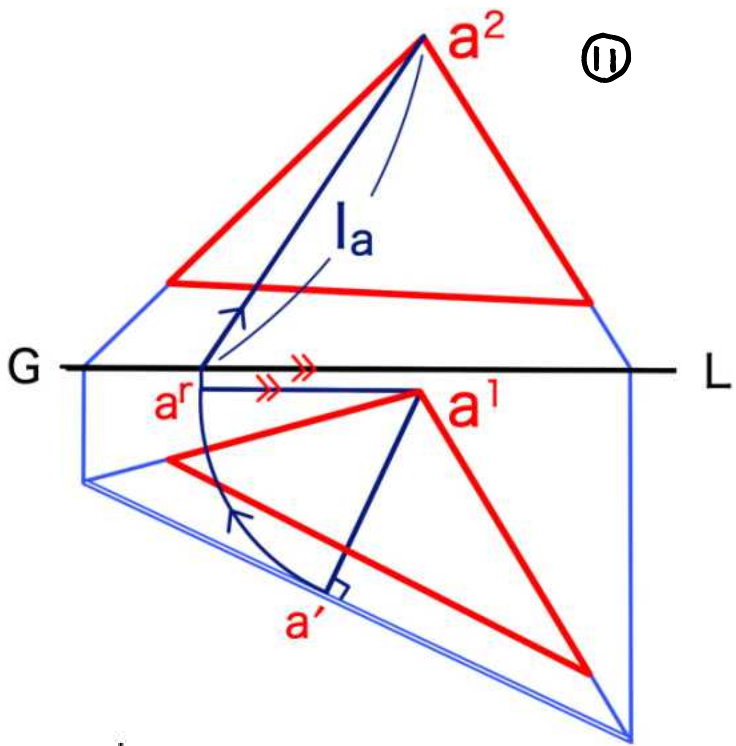
ここで注意です！副投影とラバットをごっちゃにしてはいけません！これから求めるものは「軸からの距離」であって、高さではないのです．ラバットはナナメになってる平面を地面に倒すものだというイメージをしっかり持ってください．~~(作者注)本シケプリ制作指揮者でさえ過去問演習中にうっかり間違えてました…第一版にて、ドジっこメイドさんが萌えだから解説中に副投影とラバット間違えれ！とかプロデュースしたくせに、貴方がリアルで間違えてどうするよ~~

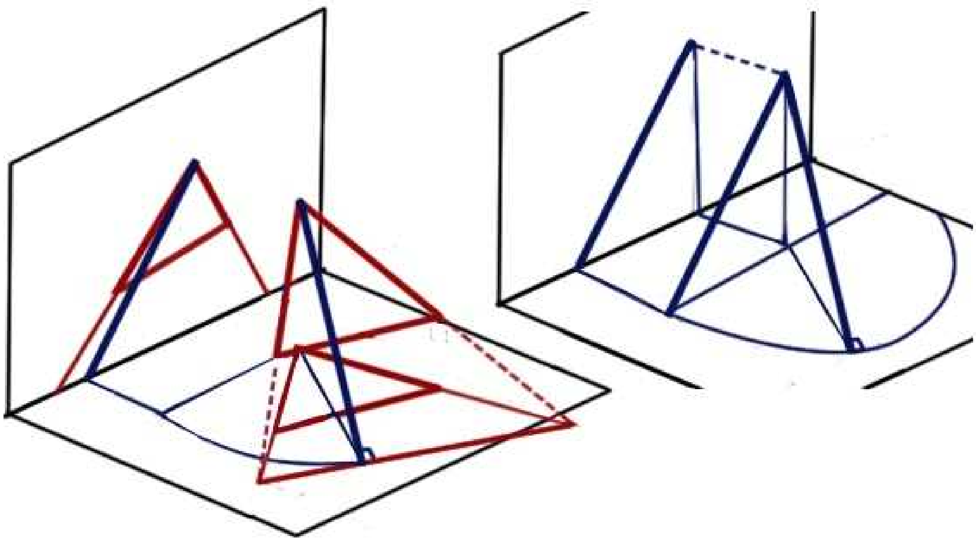


「軸からの距離」を求めるには、次のように作図します．⑪

まず、水平跡線に下ろした足をぐるりとコンパスで回し、GL線と平行になった点をa^rとします(便宜上の名前なので、書く必要はありません)次にGL線へまっすぐ上げて、さらにa^2まで補助線を引きます．……これでは何やってるのかサッパリ分からないと思うので、⑫の原理解説を見てください．

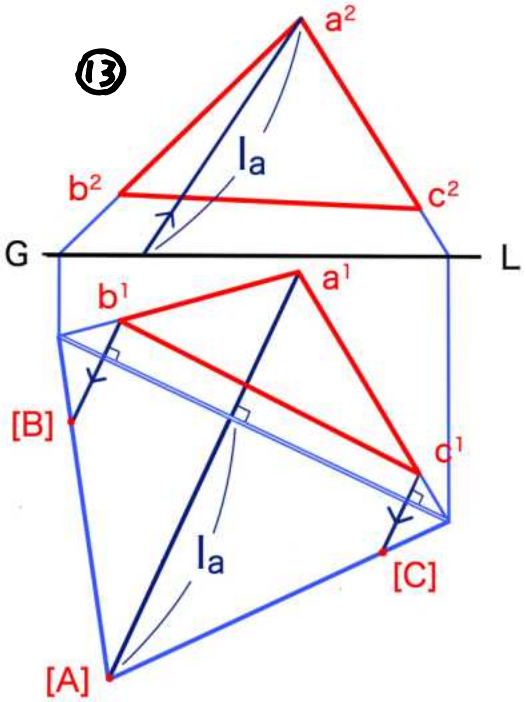
距離lを、円錐の足と見て、それを回して立面図に写しとっているのです．…私としてはこれはかなり美しいと思うんですが御主人様はいかがでしょう… ⑪と⑫を見比べながら納得できるまでうなってください．きっと力になりますです．





⑫

(第一版より再掲)

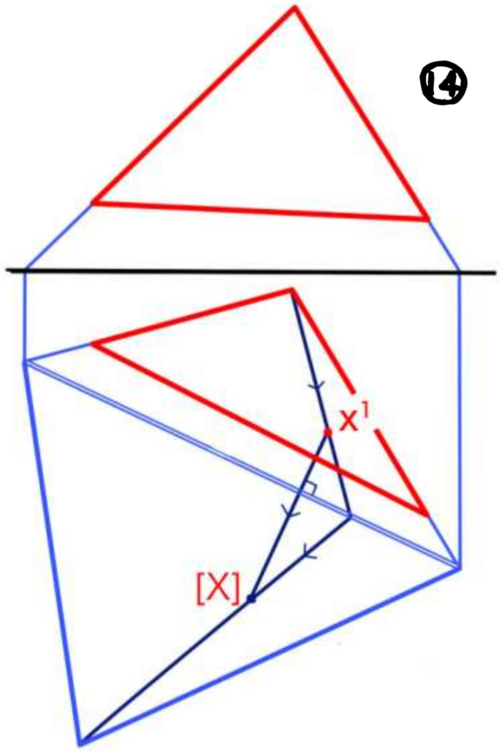


l_aが分かったら、⑬のように水平跡線の両端から補助線を引いて[B]、[C]も作図できます．（[ ]は実形表現の意味です)B、C に対しても同じ手順を踏むのはちょっと手間がかかりすぎますね．

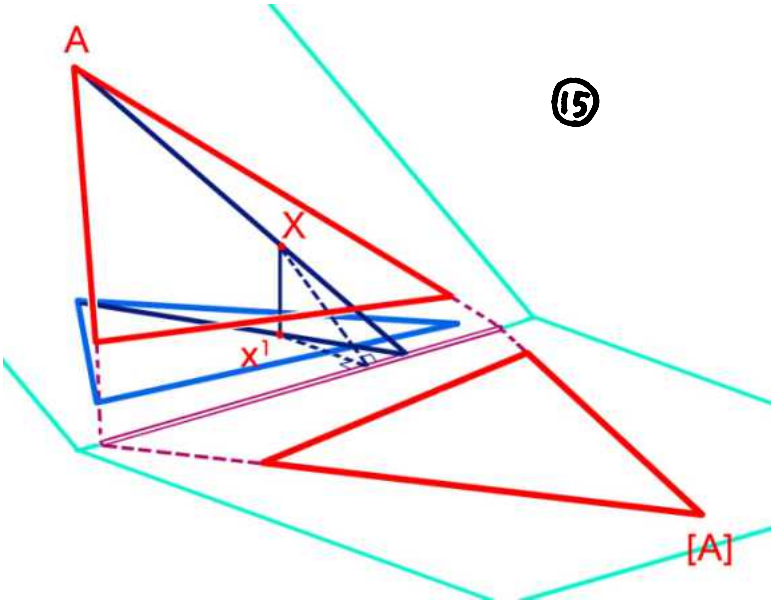
あと、l_a をとる場所を間違えないようにしてください．水平跡線の位置から測ってl_aです．平面を倒したイメージを思い浮かべて下さいな♪

ここまで来たら、平面上に乗っかっている任意の点は、⑭のようにしてラバットすることができます．また直線のラバットも、両端の２点をラバットすることと同義ですね．蛇足ながら⑭の様子を立体図で示しておきます．⑮⑯⑰は解答例です．

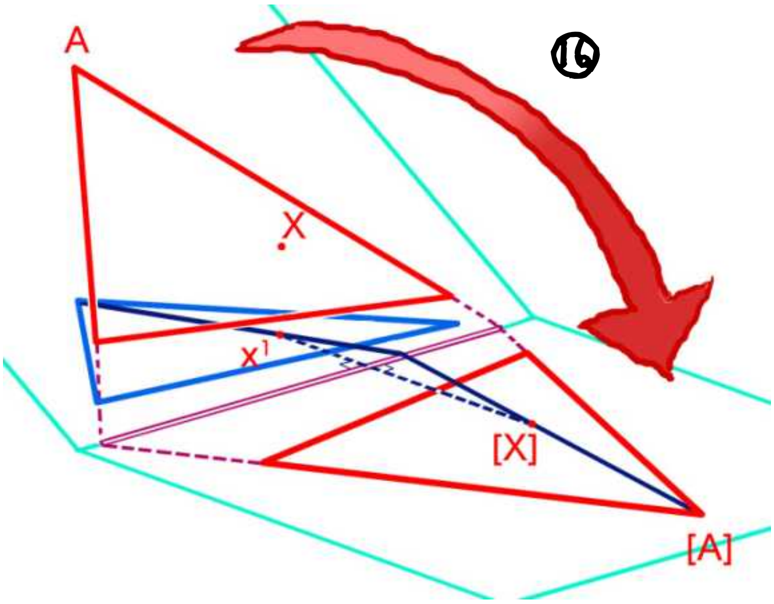
⑭



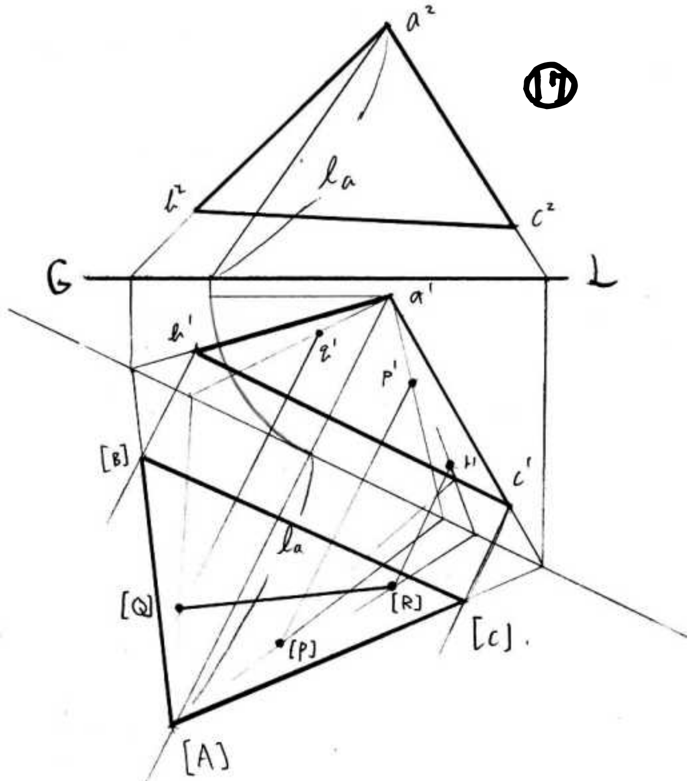
⑮



⑯



⑰



はい！お疲れ様でした御主人様！ＰＬ．１クリアです！なんだか最後のページがゴチャゴチャになっちゃいましたがお許しくださいまし～…　次回からもどんどん課題を消化していきますです！

聴いてたもの「もしも明日が晴れならば」
「虹色の軌跡」「恋獄」

製作　ＲＡＧ
メイドのことなら任せろ指揮　ＹＫ

第一版 2005/12/04
改訂版 2006/04/28
version 1.1 2006/04/29
文字化け対策.

萌える図形科学

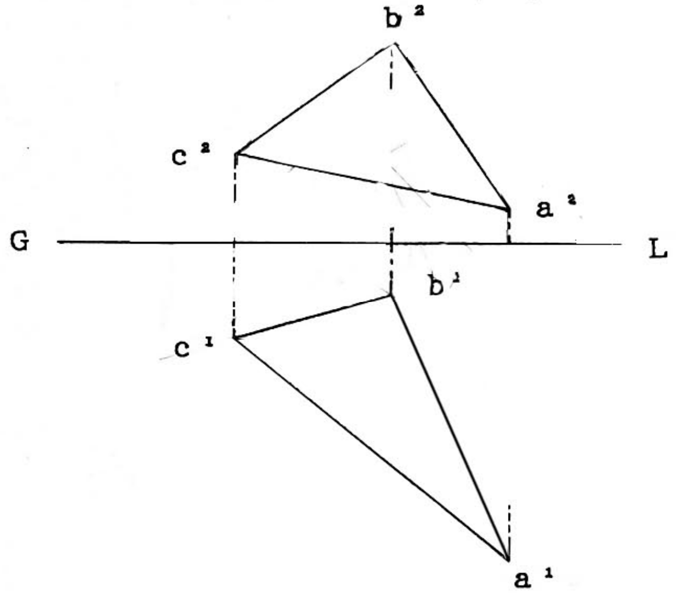
第IV章
PL. 2　多面体

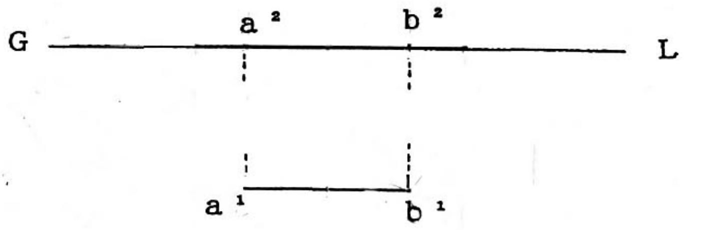
幸福でありたいというのか. まず苦悩することを覚えよ.

——イワン·セルゲーヴィッチ·ツルゲーネフ
Иван Сергеевич Тургенев

ＰＬ．２　(2005／12／1出題)

△ＡＢＣ上に１辺をＡＢとする正三角形ＡＢＤをつくり
それを底面とする正４面体Ｖ－ＡＢＤを作れ。





Ｔ₁上の直線ＡＢを１辺とし、底面をＴ₁上に持つ正１２面体を作れ。

夜遅くまでお勉強お疲れさまです～っ！
夜食をお持ちしましたよ みそ煮込みうどんですよ～！おみその色塗り忘れとかそ～ゆんじゃないですからね！
さてさて課題その2.多面体です！正四面体と正十二面体が描けるようになります！
…今後そんなの描く機会あるのかとか独立した感のある課題なので使う技法が他とは違っていてこれって練習になるのかならないのかとか色々言いたいことは置いといて今週もてきぱき終わらせてしまいましょう！

でもその前におみそ食べましょうねおみそ.

1．正四面体

ではまず四面体からこなしていくことにしましょう．

一辺がABの正三角形を求めるところから始めます．ななめってる状態では正三角形も何も作図できないので、実形表現、すなわち△ABCのラバットを行います．

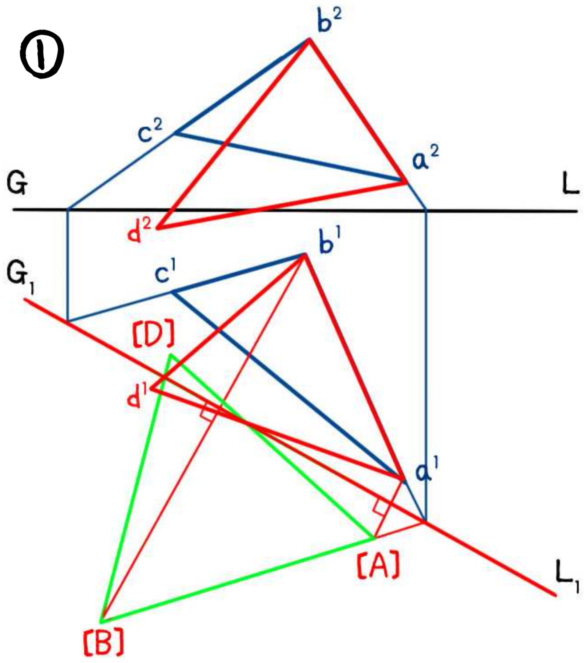
三角形を、三角形が乗っかっている平面ごとパタンと地面に倒すことで、三角形の実形が平面図上に表れることは前章で扱いましたね！　→Ⅲ章 ラバットメントぉ

副立面図 $T2^1$ に正三角形を作図し、平面図続いて立面図にもdを移していきます．①　※正三角形はもうひとつ考えられますがここではひとつについてだけ議論します．

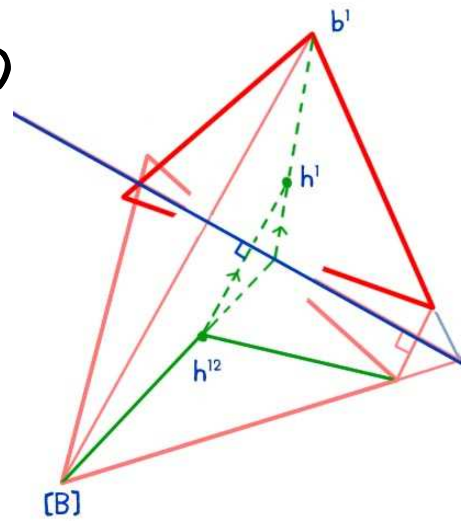
ここに、辺 a^1d^1 と[A][D]は水平跡線上一点で必ず交わりますね．このことに少しでも疑問を感じたら前章をもう一度復習しておいてくださいまし御主人様．

…あっ！描き忘れてしまいましたが、実形三角形の中心Hは大事なのできちんと作図して、平面図立面図へ同様に移しておいて下さい！ごめんなさいです…②

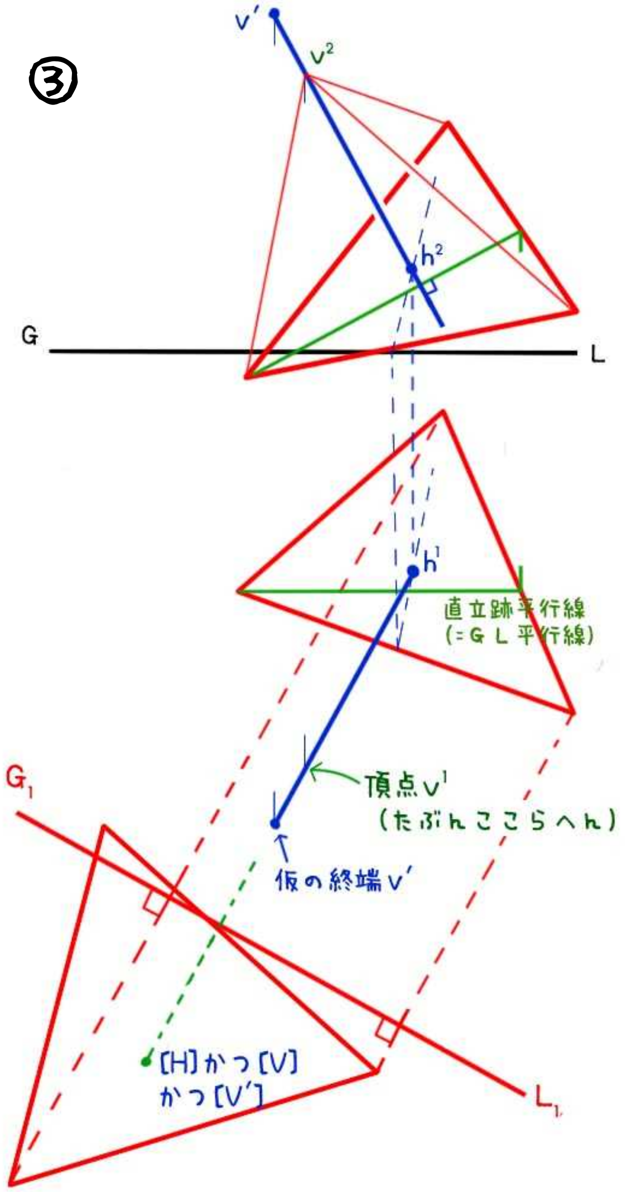
①



②



③



さて、正三角形と水平跡線が重なっていてややこしいので、ちょっとラバット図を離して考えてみましょう．③

ラバット図は、正四面体の底辺の実形＝正四面体を真上から見た図ですね．つまり、立体の頂点Vと底面の中心Hはラバット図で重なっているのです．そうすると平面図・立面図で $(\sqrt{6}/3)a$ であるような"高さ"のベクトル方向が決定できます．

…と思いたいのですが立面図のほう (v^2h^2) はちょっと難しいのです．ミもフタもなく言ってしまえば、左のように、直立跡平行線（と言うらしいです）を描き、それに垂直となるように v^2h^2 方向を定めればいいのですが…これを詳しく説明するにはちょっと脱線が必要です．この知識を他の課題で使うことはなさそうですし、なにより教官が跡平行線を描けとプリントに記してくださっているので、いつものように説明は蛇足になりますが…

飛ばしてもいいです．蛇足補足。垂直関係

VHは正四面体の”高さ”なので、底面上の任意の直線と垂直なのは当たり前ですが、それじゃ答えになってませんよね．テキトーに線を引いてもT^2上では垂直になってくれませんから．なぜ直立跡平行線を選んだのか、という問題なのです．

ここで垂直関係の投影について考えてみましょう．

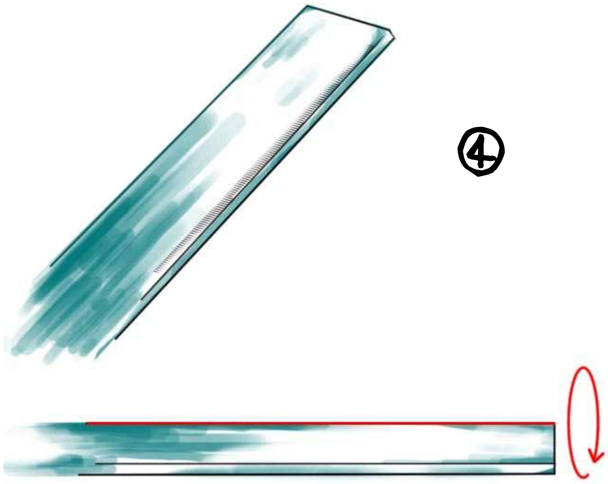
一般に、垂直関係にある２直線も、垂直には見えません（＝投影されません）．定規（中国地方ではサシと言います！）の角は90°には見えませんよね．④

では、垂直が垂直に見えるのはどんな時でしょうか？定規を真上から見ればいい、なんてのはナシですよ．

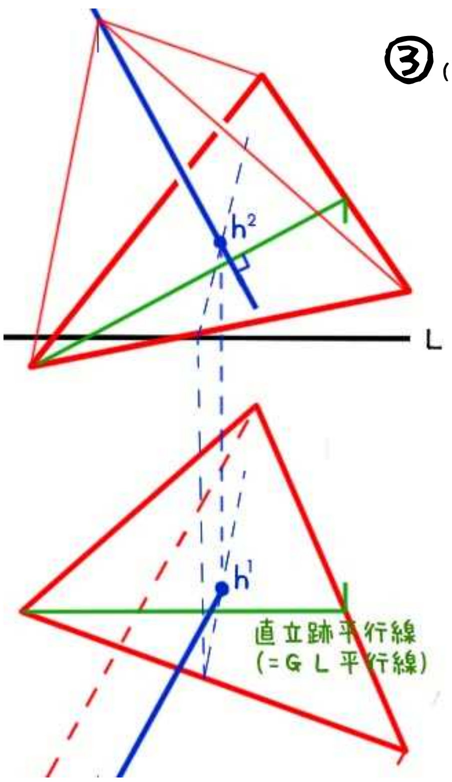
答えは、「そのうち一方の辺を視線と垂直にする」です．視線と垂直である直線に、さらに垂直な∀線分は90°のまま見えるのです．実際に定規をまわして確かめてみてください．【この条件を満たせば、他方の辺に拘束条件は無く、自由に動かせます．「真上から見る」というのも実はこのうちに含まれていますね．】

ではこのことを念頭に置いて、もう一度直立跡平行線を見てみましょう．

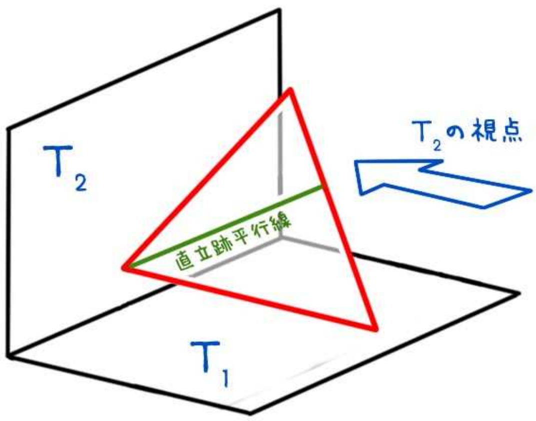
④



③（再掲）（部分）



⑤



③⑤…なるほど確かに、直立跡平行線はT^2への視線に対して垂直になってますね．つまりこの直線を用いれば、

高さVH ⊥ 底面上の直線

の関係がT^2においても崩れないわけです．

よってこのことを用いて、”跡平行線（←緑）と垂直なように”v^2h^2がT^2上でも作図できるのです．

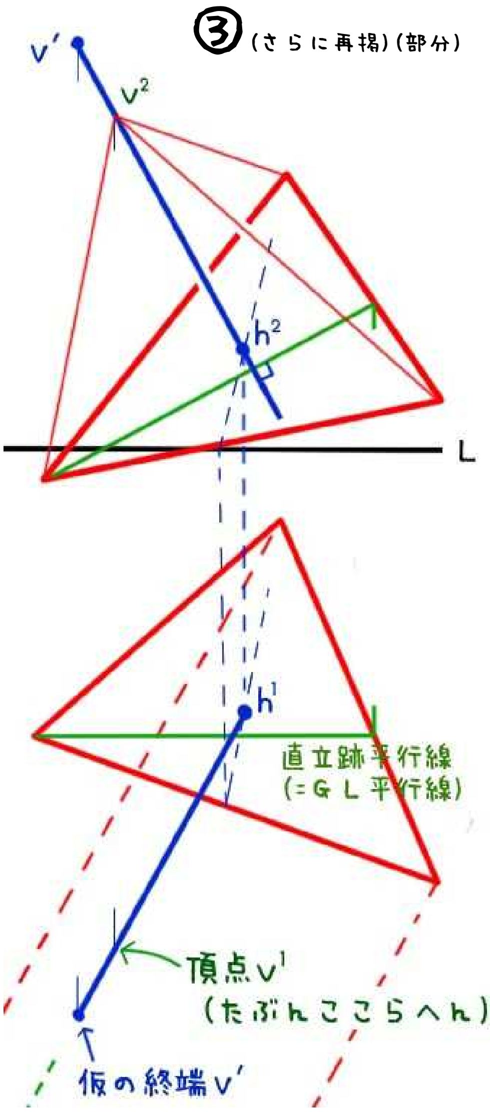
では、話を元に戻します．頂点Vがのっている直線が決定できたので、実際にVの位置を作図していきましょう．

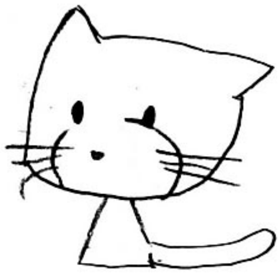
(注１)直線として扱いやすくする為に仮の終端点V′を置きます．目測でだいたいVより遠くにしておきましょう．Vより短いと、後で面倒になりますです．

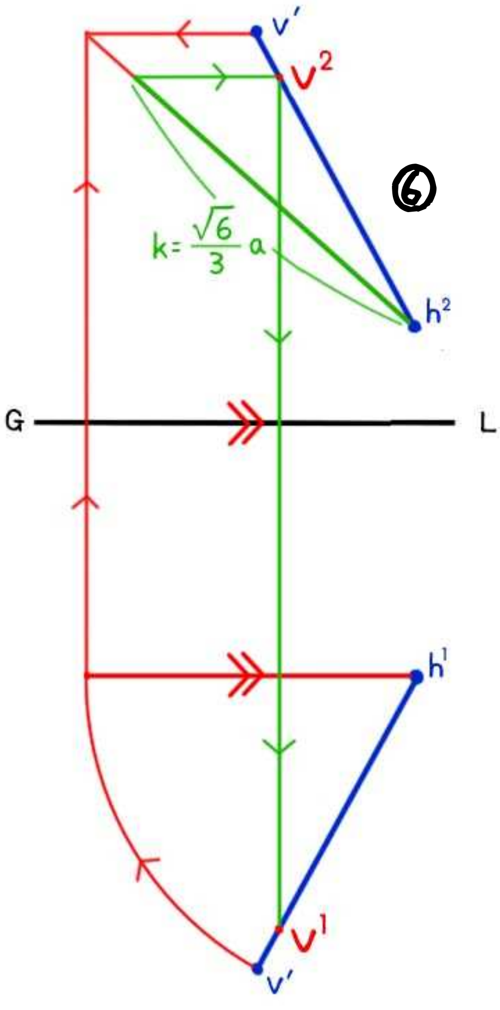
(注２)もちろん、この青色の直線の反対側にも、頂点Vは作図できます．前述のように正三角形 ABD も２通り描けるので、最終的に答えとなる正四面体は２×２＝４通りできますが、ここでは一つだけ扱います．また、答案としても、一つだけ記せば十分です．

正四面体の高さは$(\sqrt{6}/3)a$で、この長さをv^1h^1やv^2h^2に写しとらなければいけません．これには「実長問題」というテクニックを使います．おそらく、この課題が出される週の授業プリントに、これヒントとばかりに掲載されているはずです．先生の解説も入った気がしますですね．

実長計算も簡単な作図で便利です．⑥　$k=(\sqrt{6}/3)a$も、立体図を思い描きつつ、⑦のように正三角形から測りとることができます．

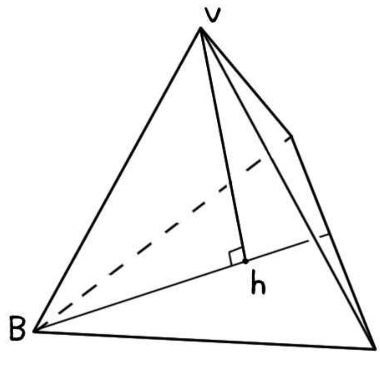


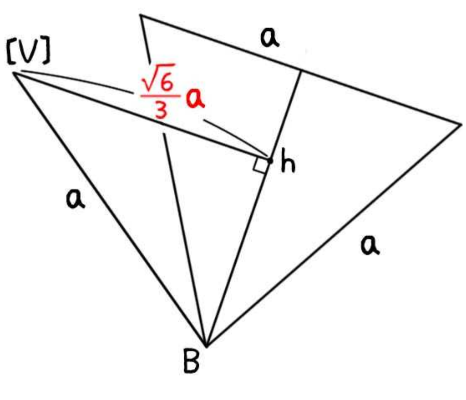




⑥

⑦

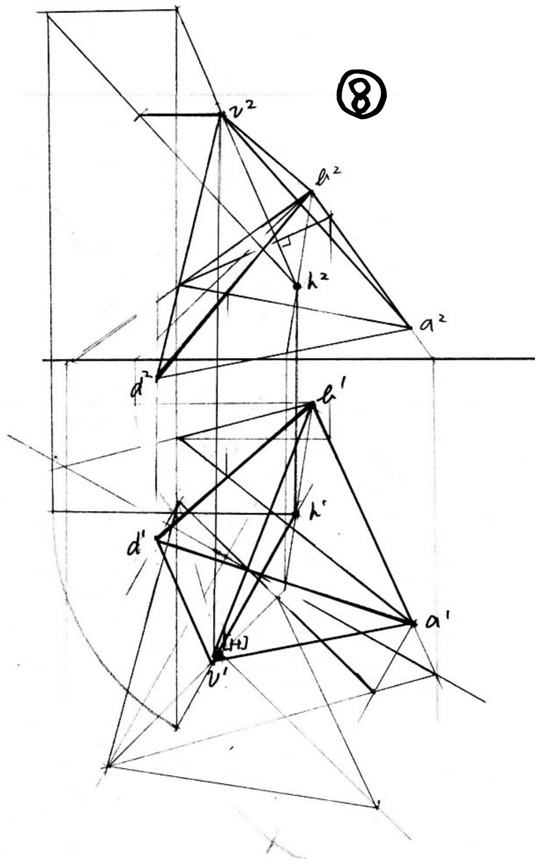




底辺と頂点Vが決定できたので、正四面体が完成です．⑧は解答例です．念のため「答えは4つあるが1つのみ記す」とか書いておけば安心です．

与えられたABが小さいので、全体として作図しにくく、人それぞれで差が激しいです．1mm以上ズレることもありました．(誤差の幅がちょっとやばいレベルですが…)あんまり神経質になる必要はないと思われます．~~これからも小さすぎて解答しにくい課題なんて山ほd~~ごほごほ．

以上で四面体は終わりですが、最後に、与長問題の原理解説を簡単にこなしておくことにしますです．これも原理の知識が必須というわけではありませんが、できれば御主人様もお暇な時に目を通しておいてくださいませませ♪



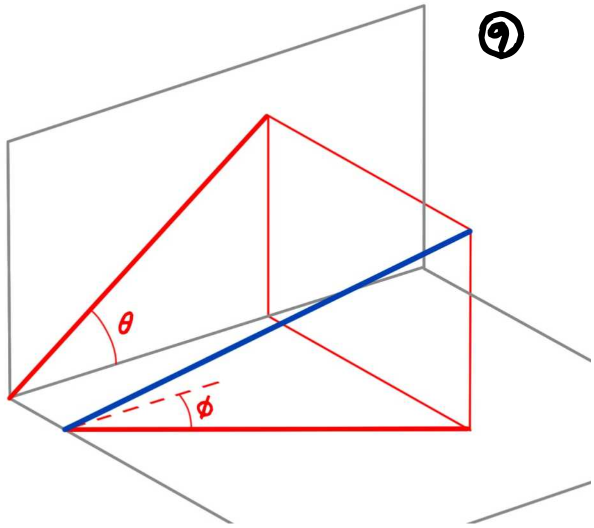
蛇足補足．与長問題

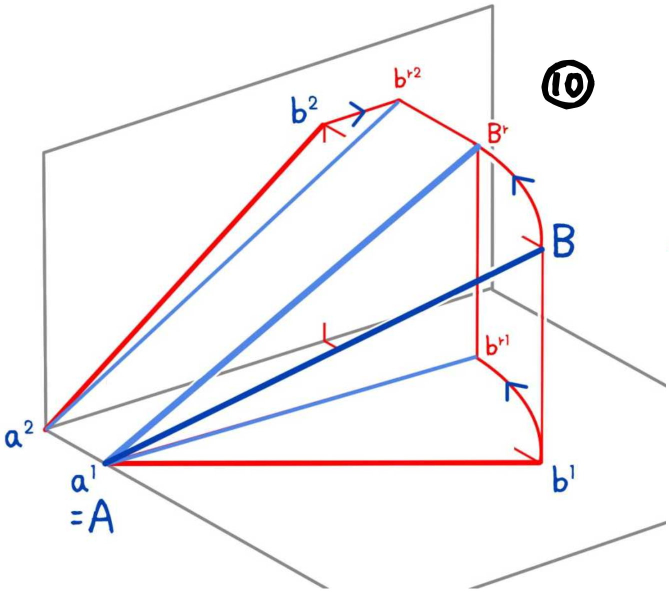
一般に、空間中の直線ABは直立傾角θと水平傾角φによって、T^1、T^2どちらにおいても"ナナメっている"ので、投影図上で本当の長さは分かりません．⑨

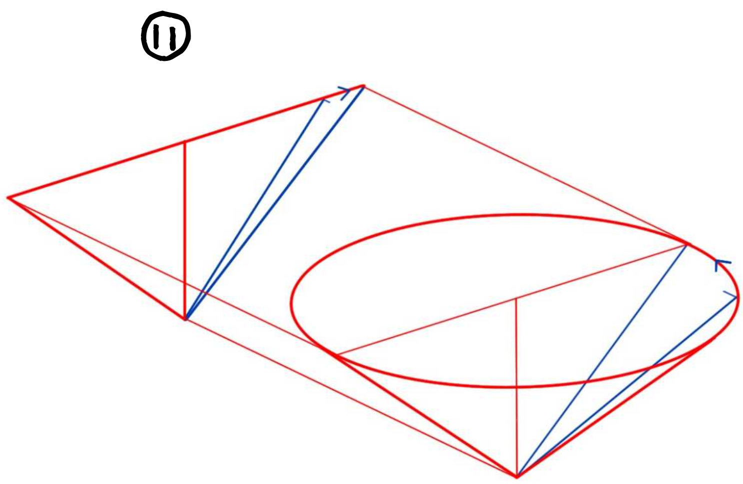
そこで、(例えば)Aを中心にして空間中で回転させ、$\phi \to 0$に($B \to B'$に)もっていってみましょう．⑩

【ここでT^2での動き($b^2 \to b'^2$)が分かりにくい場合は、⑪を参考にして下さい．】

$\phi = 0$ならば、直線ABの長さ、すなわちAB'の長さが立面図T^2に実長表現されることが⑩によりはっきり分かりますね．

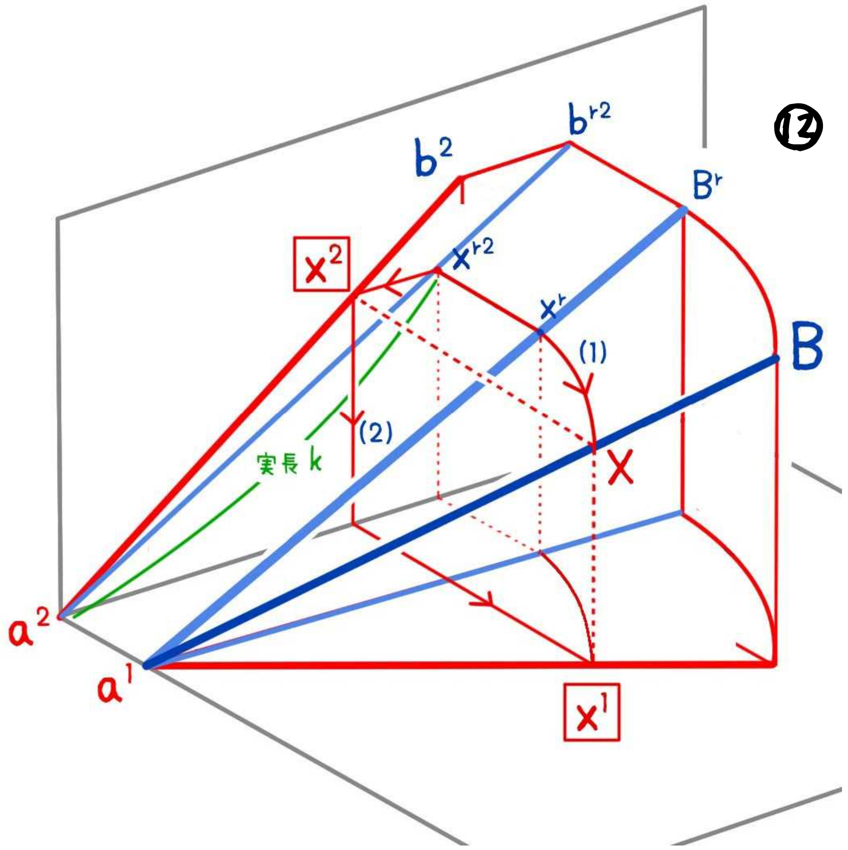






あとは、実長表現された a^2b^{r2} 上に欲しい長さ k をとり、逆の手順で k をＡＢに戻せば、与長を直線に写しとる作業が完成します．⑫

ただし、実際には、逆の手順(1)はまた円弧を描かなきゃいけなくてメンドくさいので、その代わりにルート(2)を用います．以上のような操作を正投影図で見れば、⑥のような作図となります．

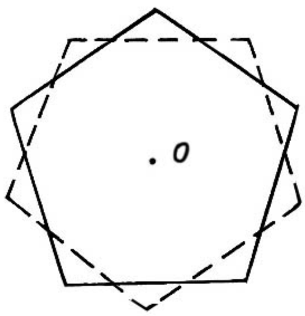


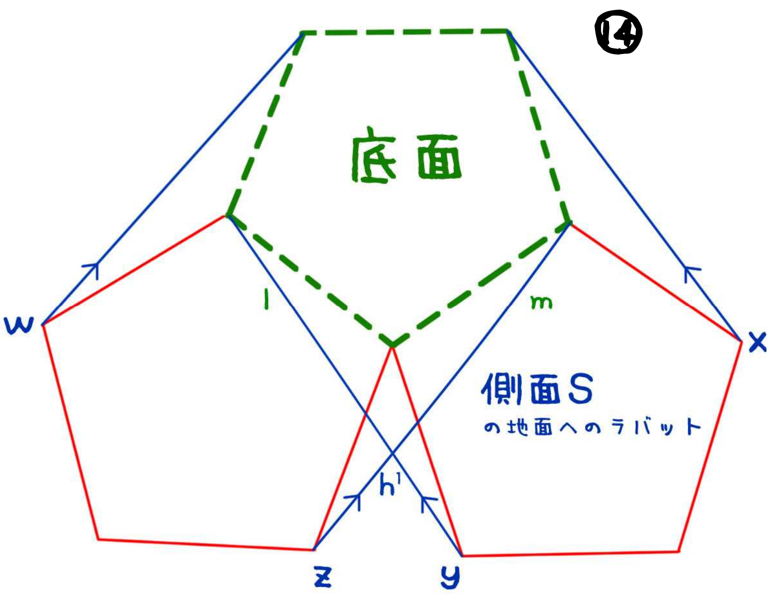
2．正拾弐面体

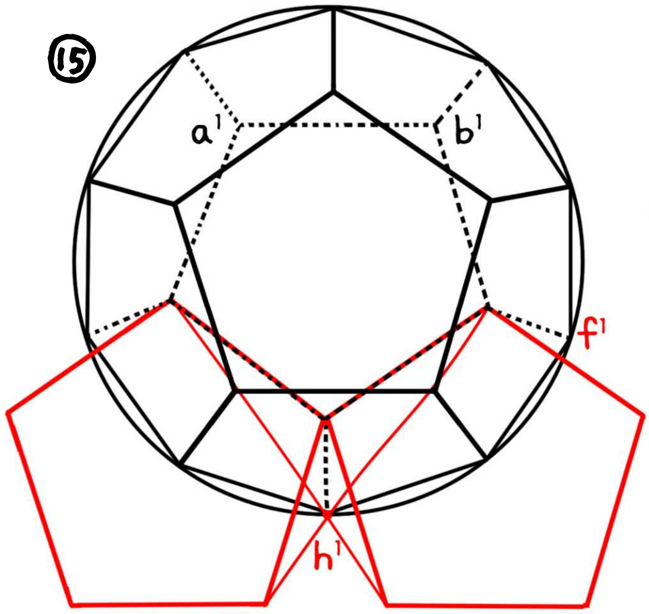
やばいです四面体終わった時点で６ページ半じゃないですかやばいですよどうしましょう…

まず平面図から始めます．正十二面体の各面は五角形ですね．五角形の描き方については教科書 P.20 に詳しく載っていますのでここでは割愛させて頂きます．⑬たまには御主人様も教科書パラパラしてみてくださいな．~~大部分は意味不明ですが~~ここのページ辺りは興味深いですね．ちなみに「埋め尽くし」は 2005 年度に記述問題として出題されました．

⑬ (第一版から再掲)



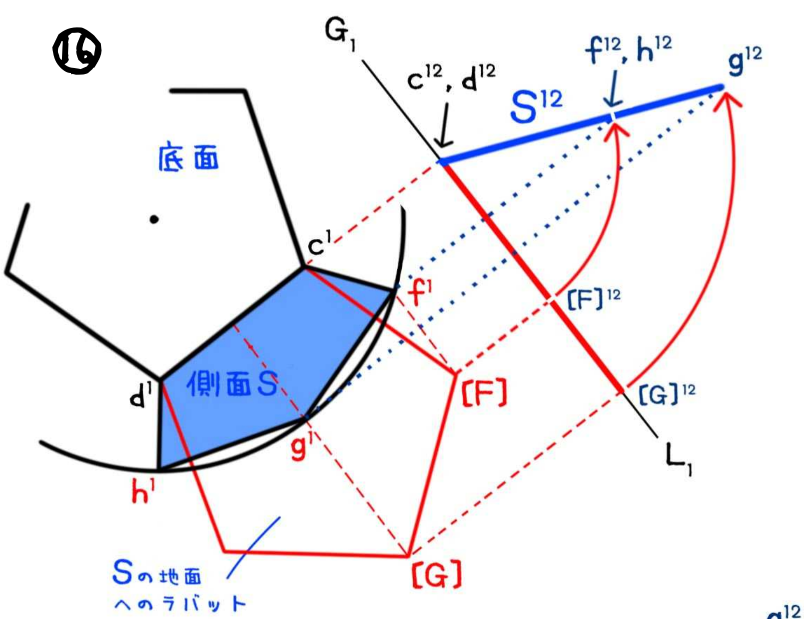




あわわ…イラストと文章がページまたいじゃいました…！メイドの図学始まって以来の失策（エラー）ですぅ…もしページ単位で表示されて前のページが見えないようなら、表示(V)―ページレイアウト(L)―連続ページにチェックを入れてください．

⑭は、側面Ｓを、底面との共有辺を軸にして地面へ倒した様子です．まずはこのように側面五角形を描きましょう．(側面の５つ全部を描いてもいいですが、実際には２つだけで事足ります．)

″側面″Ｓの倒し／起こしは、底面との共有辺を軸にするのですから、平面図では、その軸と垂直に点ｘ～ｗの軌跡(ｌ、ｍなど)が描けますね．ところが、空間中ではｙとｚは同じ点なのですから、当然、軌跡同士の交点でごっつんこすることになります．以上のように考えれば、ｙとｚの位置h^1が決定できますね．あとは対称性から、h^1を通る円上に全ての″側面の頂点″が作図できます．⑮



さて、平面図は完成しましたので、立面図に入りましょう．全ての頂点は平面図に記すことができたので、あと必要な情報は各点の高さだけです．

ここでもさっきと同じように、側面五角形を倒したり起こしたりのイメージを使います．

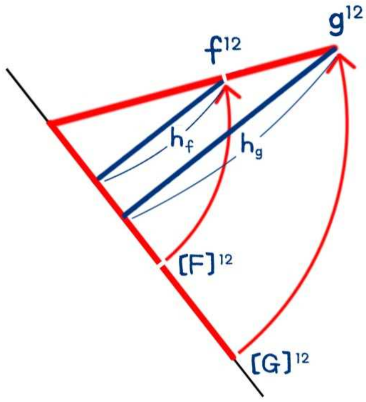
⑯のように、この側面Ｓについて副投影をとれば、Ｓの各頂点の高さは簡単に調べることが出来ます！⑰

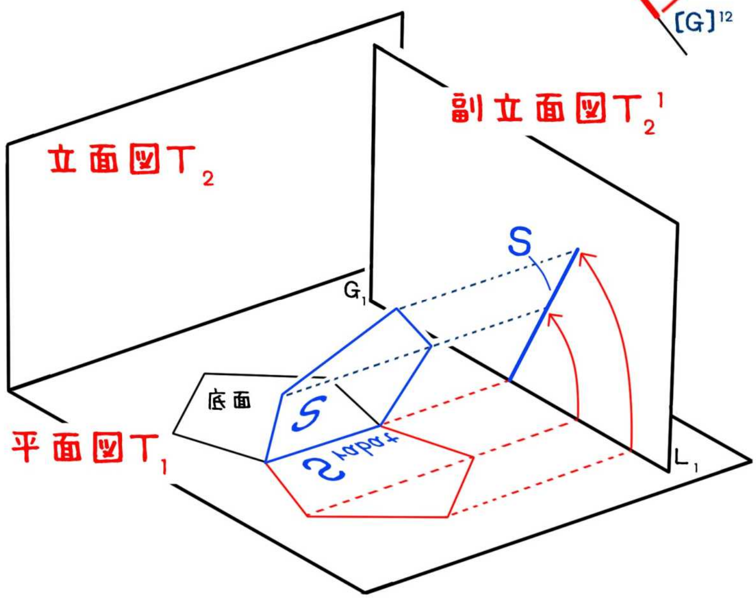
$[F]^{12}$や$[G]^{12}$はもちろん、それぞれ、f^1、g^1と横に並ぶ位置まで回します．立体図では⑱のようになっています．

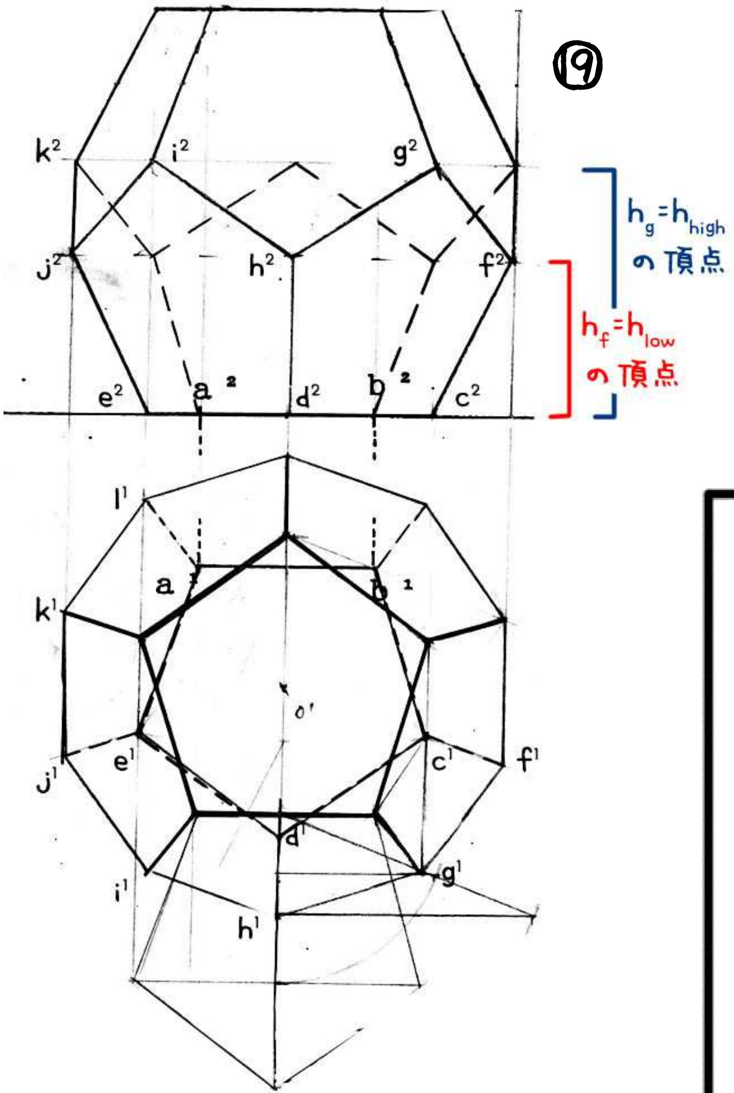
側面のうち、高い方の頂点、低い方の頂点それぞれの高さを正確にコンパスで測りとれば、作図はほとんど完成です．

⑰ →

⑱ ↓







対応する頂点の位置に注意しながら、⑱から測りとった高さをとっていきましょう.⑲⑳

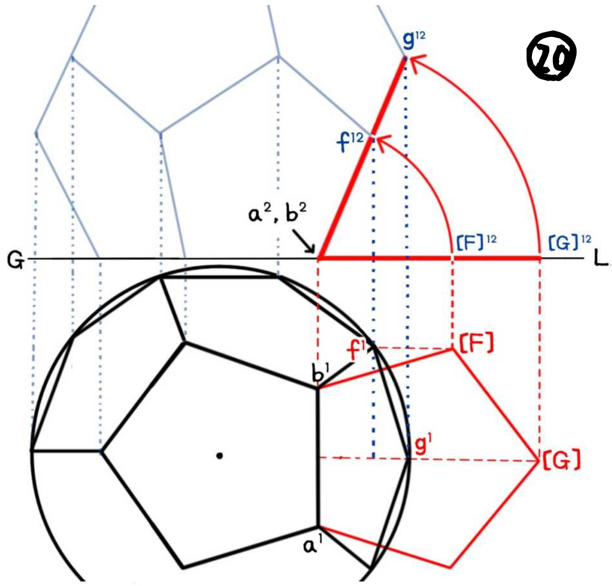
各点の名前はわたしの説明のためにつけたものなので、解答用紙に書く必要は全くありません.

なんだかあっけない感じがしますが正十二面体もこれでおしまいです！

はい、今週もお疲れ様でした御主人様！

蛇足補足.

もし、与えられる AB すなわち底面が、たとえば 90° 回したものであったら、頂点の高さは副投影をとるまでもなく、そのまま立面図に作図することができます.⑳　その場合はもちろん、立面図も変わってきます.



聴いてたもの

「Dear My Friend」「昔、夢見てたことは」

製作　RAG

製作指揮　YK

「立ち画のないシケプリに価値は無い」

——YK

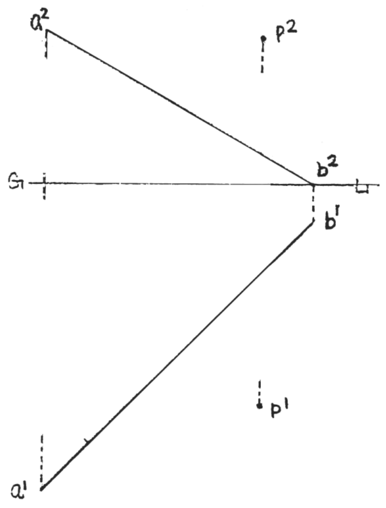
神の腐る匂いはまだしてこないか。神々もまた腐るのだ。
神は死んだ。神は死んだままだ。そして我々が神を殺したのだ。

――ニーチェ．無神論者としてではなく、人間の価値を
絶対的他者たる神に求める形而上学を否定する、実存主義者として．

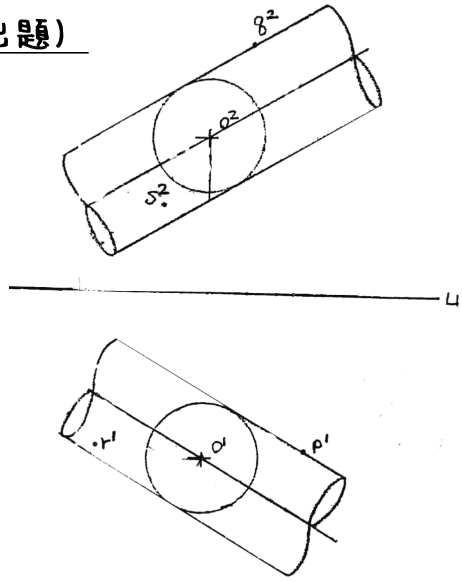
第一版　2005/12/10
version 1.2 2006/08/13
誤字など修正．

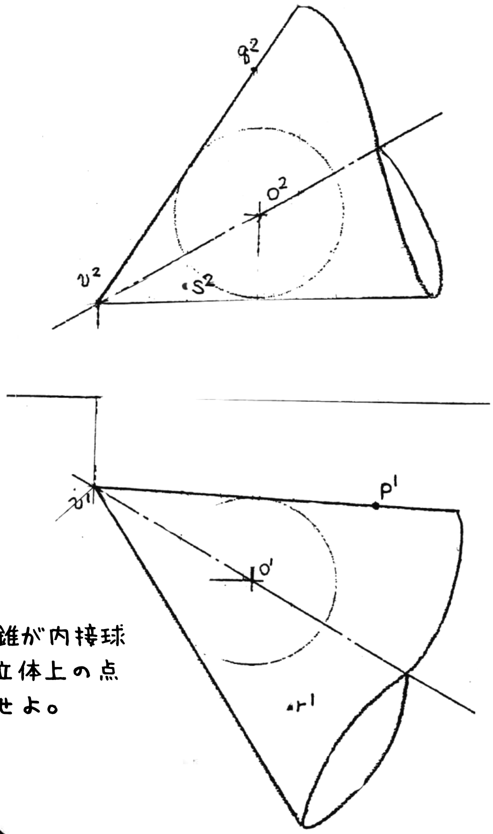
萌える図形科学　V章
PL．3　与点回転、円柱・円錐

P L . 3 （2005／12／8出題）



1．直線ABを軸として与点Pを回転し、T1上にきた位置Pxを求めよ。





2．図のように直円柱、直円錐が内接球表現で与えられている。この立体上の点P，Q，R，Sの表現を完成させよ。

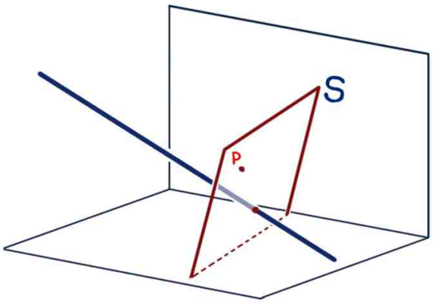
課題のみっつめです～．

一問目は教官曰く、今までの総合問題とのことです．二問目の円柱・円錐は初めてですね．やってみればけっこう、カンタンです．

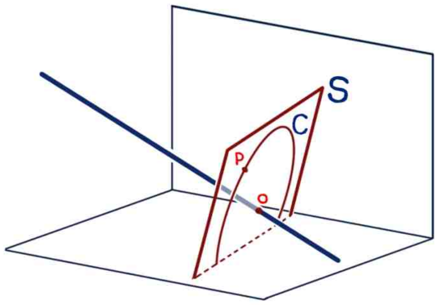
……ずるずる～…　おっかしぃなぁ…

1．点回転

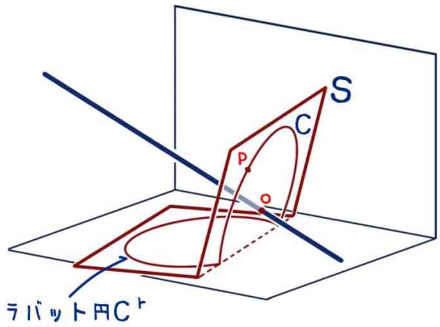
まずは大まかな流れをざっと紹介することにします．



①（１）回転平面の決定



②（２）回転中心ｏの決定



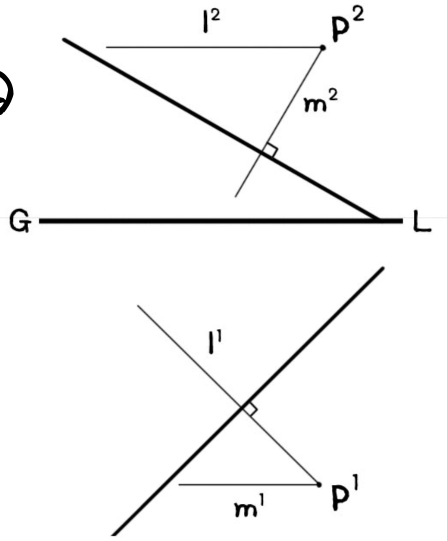
③（３）ラバット、円を描く

①平面を作る方法は後述します．中心ｏ（②）とｐをラバットすれば、T_1に正円が描けますね．（③）ここに、P_x＝円とT_1との交点＝ラバット円と水平跡線との交点ということが分かります．

（１）回転平面の決定

では実際に手順を見ていきます．平面を描くのはムリなので、実際には平面を三角形表現するのですが、この三角形も無限に存在するので、結局描きやすい三角形を（２直線を）描く、ということに帰着されます．他に方法があるのかどうか私は存じませんが④のように２直線をとることにしましょう．

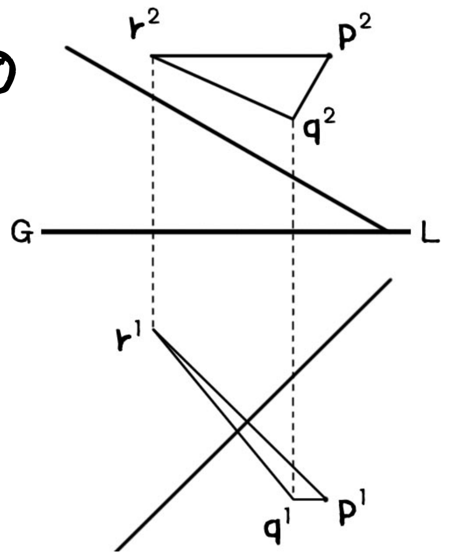
④



（注）もちろんこれは平面を代表する２直線の無限のペアのうちのひとつです．逆に言えば「このように描ける２直線も存在する」のですね．無限のペアの中で、何かしら特別な性質を持つものでなければ、作図することはできません．

直線が描けたら、その上に点をとり、三角形を完成させます．⑤このとり方も任意ですが、後述するように、かなりビミョ～～なことになります…どう頑張っても作図しにくい問題になりますです．…もうちょっと解答しやすい問題にしてほしかったですね…

⑤

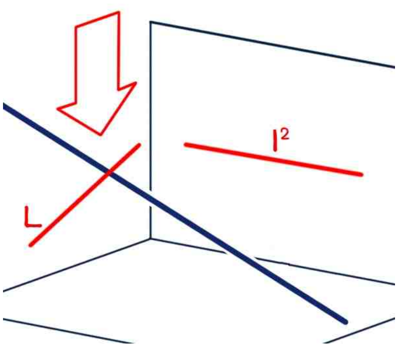


蛇足補足。平面を代表する２直線

l^2、l^1について解説します．

まず、立面図が⑥のようにl^2//ＧＬとなるような直線Ｌをとります．すると、Ｌ//平面図　となるわけですから、平面図への視点と垂直となり、「ＡＢ⊥Ｌ」の関係が平面図にも投影されるのです．よって$a^1b^1 \perp l^1$となります．これは前章Ⅳ章で扱いましたので復習しておいて下さい．直線Ｍについても同様です．

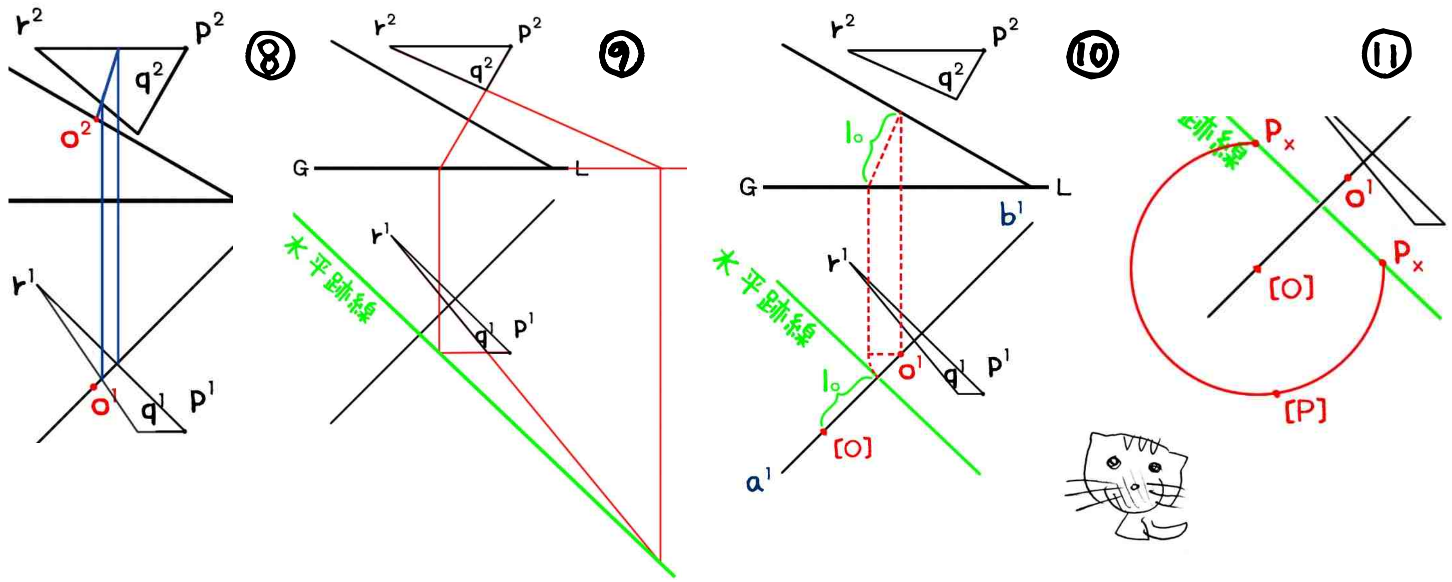
⑥



(2) 回転中心oの決定 ～ (3)ラバット、円を描く

さて、次は回転平面Sと直線の交点、すなわち回転中心oの決定です．これはとても簡単で、「平面と直線の交点」の問題そのものですね．⑧

三角形および回転中心oができたら、この問題はかなり帰着がすすんでいて、実はもうできたも同然なのです．水平跡線を引き、oとpをラバットすれば、回転円が実形表現できますから、〔P〕を通る円を描けば、平面図との交点＝水平跡線との交点 が導けます．⑨～⑪　…理論上は．



実際に作図していただければ分かると思うんですが…すっごく作図しにくいです．精度もだめだめです．理由は、三角形がうまくとれないから．小さすぎると回転中心(⑧)なんて求められません．逆に大きくすると水平跡線の精度が落ちます．oを求めるためと水平跡線を求めるために、2つ三角形を作ればなんとかなるのかもしれませんが…なんか……ヤですね．しかたないのでしょうか…

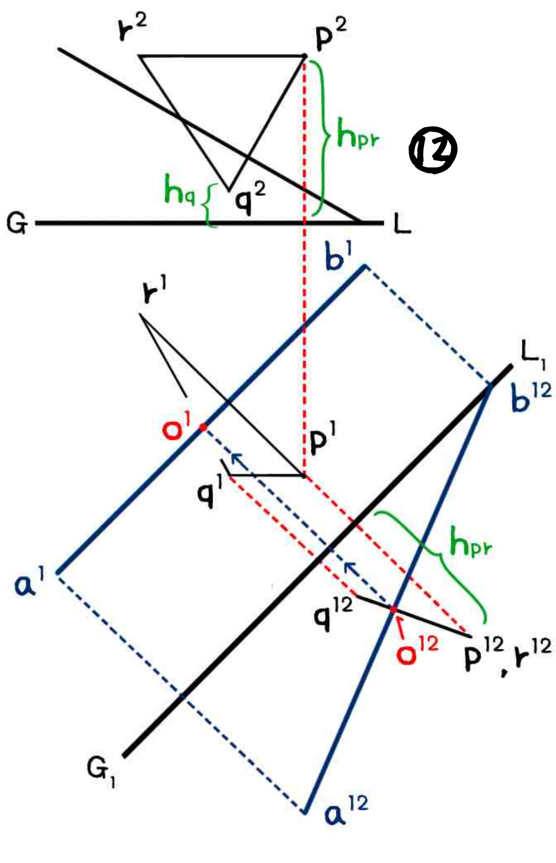
ちなみに精度を見る目安はいくつかあって、一番分かりやすいのが水平跡線⊥a^1b^1です(あくまで目安です！)．これは回転平面をどう定義したかを考えれば当たり前のことです．このことにより〔O〕はa^1b^1に重なります．これもゆっくり考えれば分かりますよね？

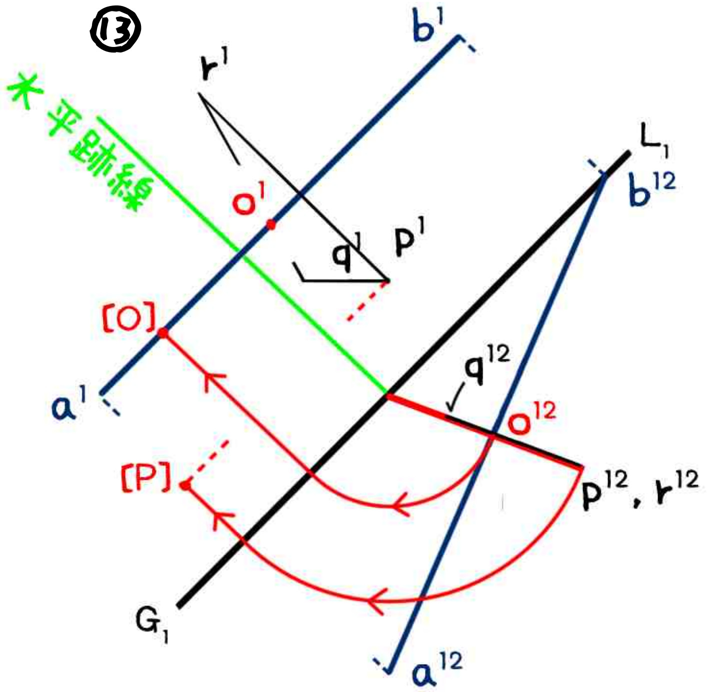
ちょっぴりおすすめな感じの別解。

…これ以上グチグチ文句言っても仕方ないので、次のトピックに移りますです…この問題も、すべきことが分かってしまえば簡単なので(図学の問題ってそんなのばっかりです)、ちょっとした別解をご紹介しましょう．とても興味深……い…かは分かりませんが……

まず、平面と直線ABとの交点oを求める時に、副投影をとります．副投影のご紹介の時にメンドくさいと言ったばかりですが、とにかくとってください．この問題では役に立つのです．⑫　副立面図$T_2{}^1$での三角形(ただしこれは直線表現ですね)と$a^{12}b^{12}$との交点o^{12}を平面図に移せばo^1が作図できます(o^2は以後不要なので作図しません)．

この方法なら、p^1q^1間を適当に(⑫くらいでしょうか…)とればOKです．水平跡線作成は気にしなくていいのです(後述)あんまりやりすぎるとh_qが小さくなって逆効果ですが……あぁもうホントにやりにくい問題ですねまったく！



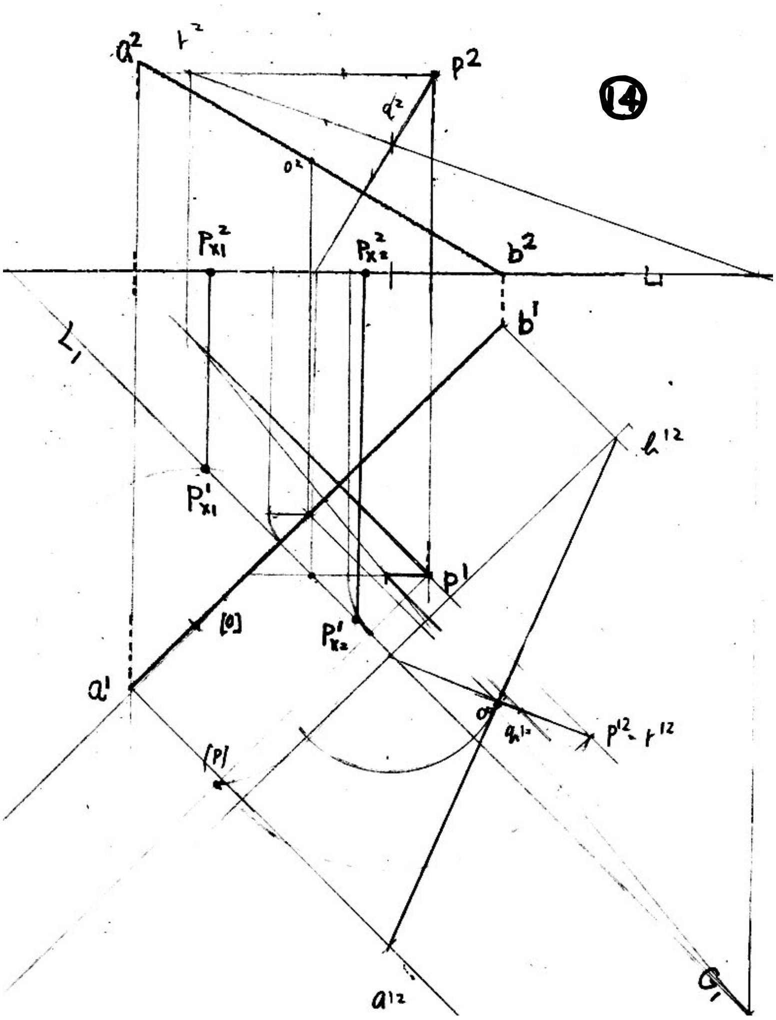


では水平跡線はどうやって求めるか？です．よく考えると、いま**副投影は回転平面 S を真横から見ている**のですから、実は水平跡線の位置は副立面図から簡単に分かるのです．副立面図で、**三角形（の直線表現）と"地面"の交点**ですね．**この点が水平跡線（の次元落ち＝点表現）**です．そこから線を延ばせばT1上に水平跡線が描けます．⑬

また、同様にしてラバットメントもすっごく簡単になりますね！**真横から見ているのですから、ラバットはきれいに円の軌跡を描く**のです！すんなり〔O〕〔P〕が作図できます！いや～これを見ると⑩みたいなラバットはする気が起きません～．

この後は全く同じで、〔O〕が中心で〔P〕を通る円を描くだけです．

この方法でもそう精度が上がるわけではありませんが…水平跡線やラバットが見事にわかりやすく見えるので、ご紹介いたしました．⑭は解答例です．私の半年前の解答でございます．



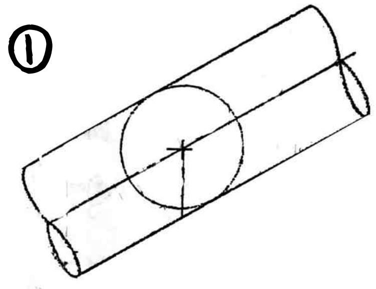
今回は章末が忙しいのでこんなムダなスペース空けてる場合じゃないのですが……どうにもなりません…

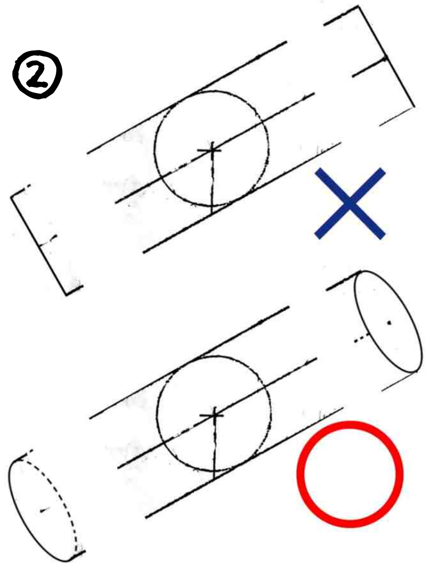
2．円柱

円柱の作図に入ります．

円柱は①のように太さを与える内接球と中心軸で与えられます．左右のにょろり線は「無限長」ということを表しているようです．

(一般に円柱、円錐は無限に広がっているとされます．あれ？前にも申し上げたような…底面(？)は正円とは限りません．底面が正円のもの(我々の直感的な"円柱")は正円柱と呼ぶ…はずです．確か．)





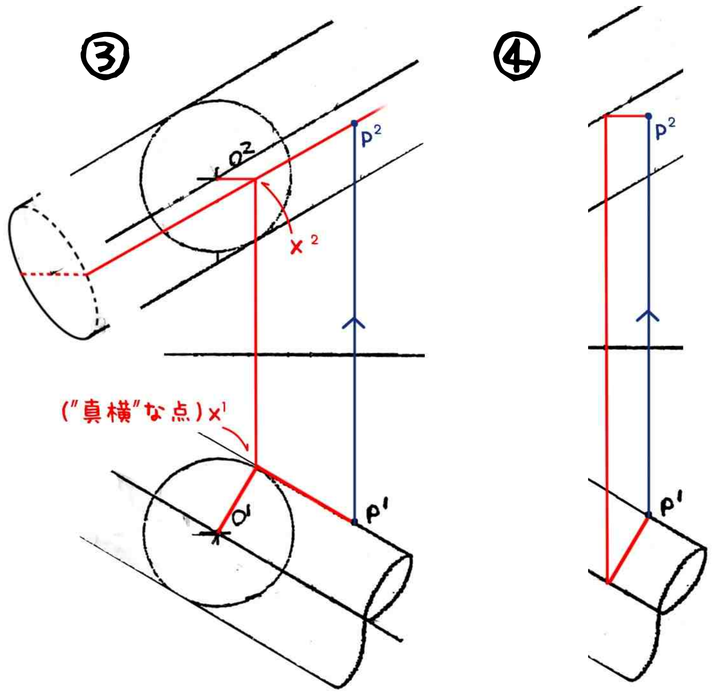
ここで注意です．①のような表現は誤解しやすいのですが、一般に図形はナナメっていますから、円柱を真横から見ているとは限りません．② これを頭に留めておくだけで円柱の作図はかなり理解しやすくなります．なんとなく①は真横っぽく見えるんですよね～…このように表現するのが約束事なので、仕方ないと言えばそうなのですが…

点P

さっそく作図していきましょう．

真上から見てp^1が端っこにあるので、これは"真横の点"のひとつですね．でもでも、今申しましたように、円柱はナナメなので、p^2は中心軸^{2}上ではありません．②または③のように円柱の傾きを意識しておけば簡単な作図です．

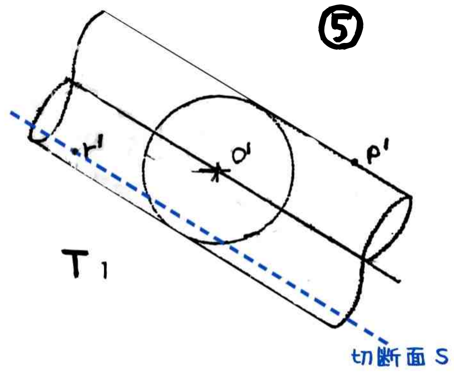
ところで、そもそも内接球は我々が(出題者が？)決めたものなので、その位置は任意ですよね．原理を理解しておけば、④のようにより簡単な操作で済みます．o^1、o^2をうまい場所に移動させたと考えれば、やっていることは全く同じですね．

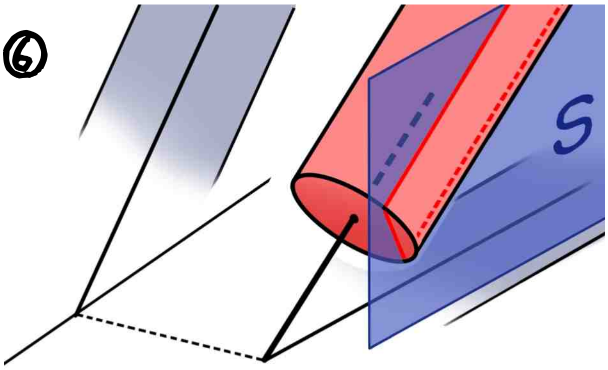


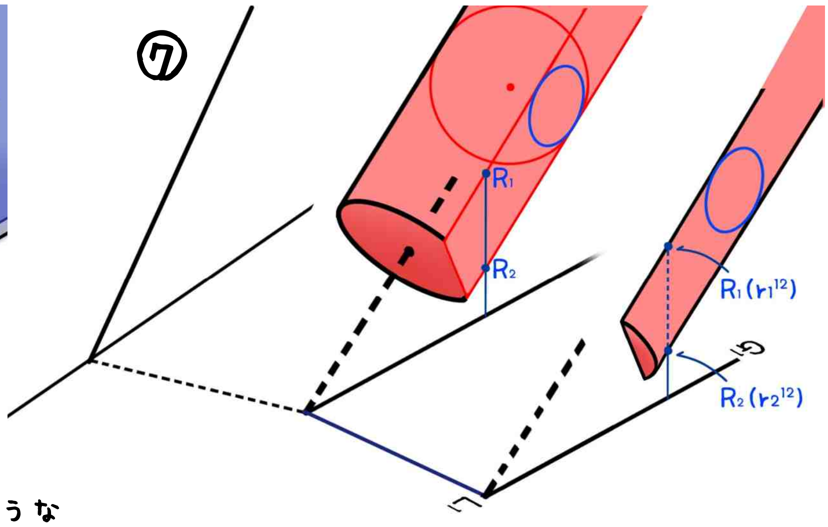
点Qも、Pと全く同じ作業です．割愛しますよ．

点R

今度はr^1を見てみましょう．これはp^1より拘束条件が少ないので、Pほど簡単には作図できません．以下では点Rを通るような、平面図に垂直な切断平面を考えます．⑤Rを通って真っ直ぐ切り落とすのですね．これはテクニックですので、自分で思いつかなきゃいけないものではありません．







切断の様子を立体的に見れば⑥⑦のような感じでしょうか．この切断面を副投影で表現します⑧ もちろんG_1L_1の位置は自由です．

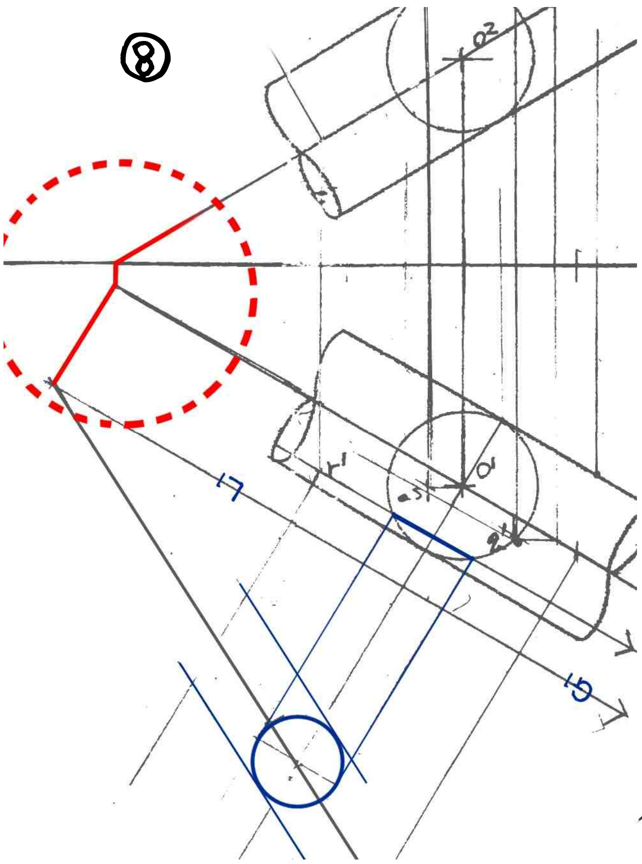
内接球の断面も一緒に移せば、切断面の"太さ"が決定できます．軸の傾きは、軸線の地面との交点を移すことで(⑧の点線で囲んだ部分です)決定できます(これは⑦をみて理解してください)．

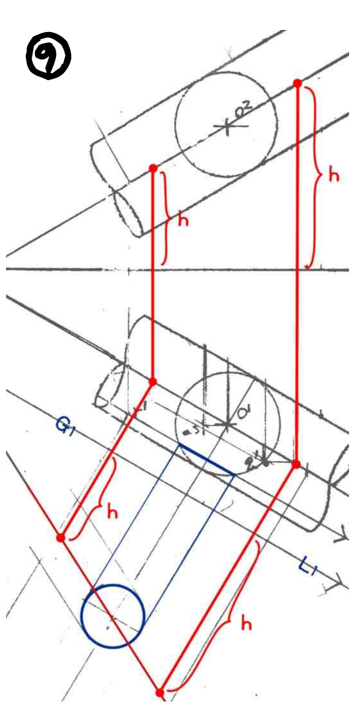
あるいは、軸上に適当な２点をとって、立面図から高さを移してもよいでしょう．⑨

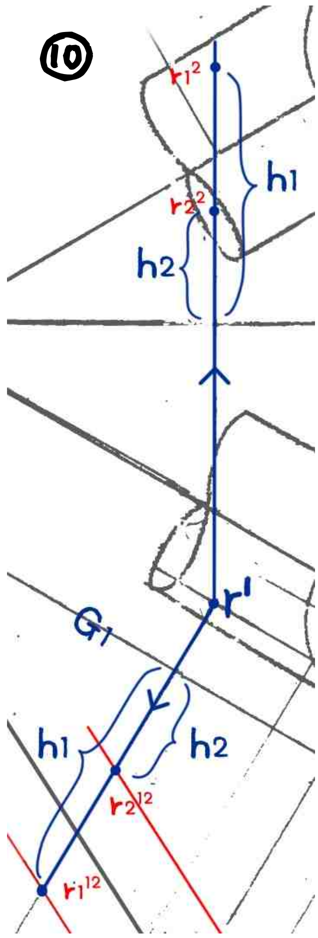
副投影(副立面図)上に断面が描けたら、点Rの高さが分かるので、これをT_2に移せば完成です⑩(副投影では高さが一緒なことは口をす～～っぱくして申し上げてきました)

よくよく考えれば最初から分かることですが、平面図でr^1のようにみえる点は２つ考えられます．ここではR_1とR_2とおきました．投影の数字とごっちゃになりそうですぅ～……

点Sも同様に作図してください．

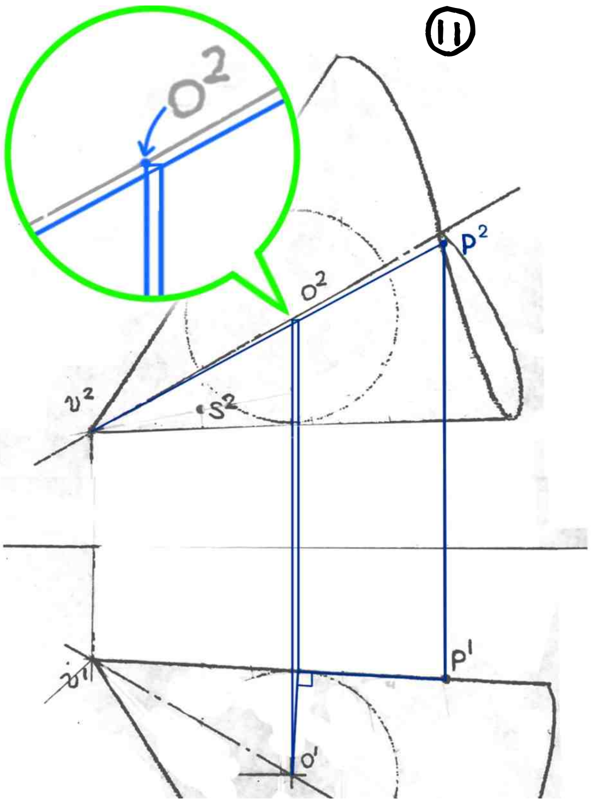


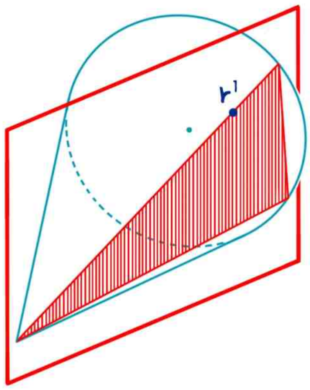


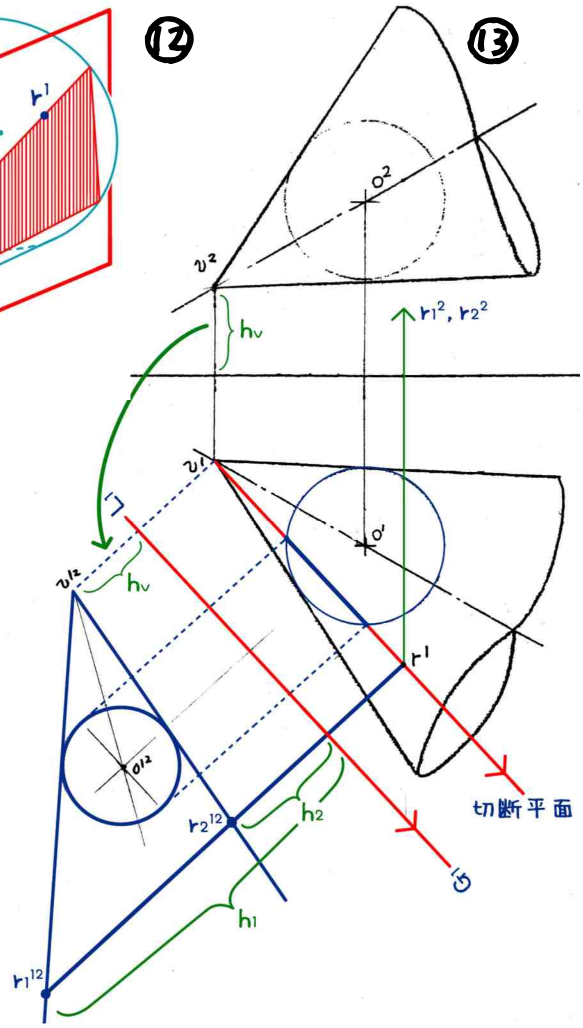


3．円錐

円錐です．円柱とほとんど同じ感覚で解けます．むしろ円錐の方が簡単かもしれません．







点P、Q　⑪

円柱と全く同じですね．立体の”ナナメぐあい”を補正するだけです．これまた作図しにくくてしにくくて大変です．ひどいですぅ…

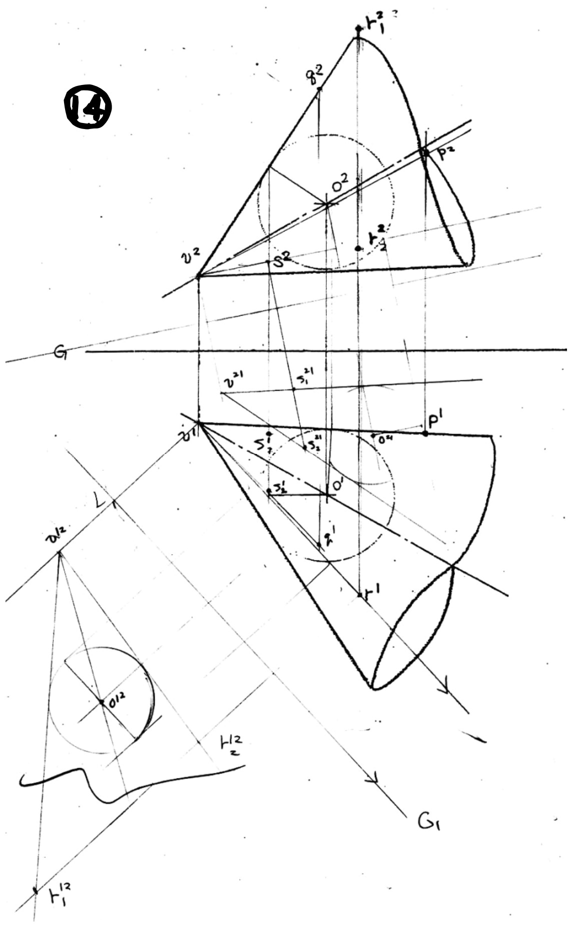
点R、S　⑫⑬

同じく断面を考えますが、頂点Vが一意なので、直感的にさっきよりちょっと作図しやすいです．

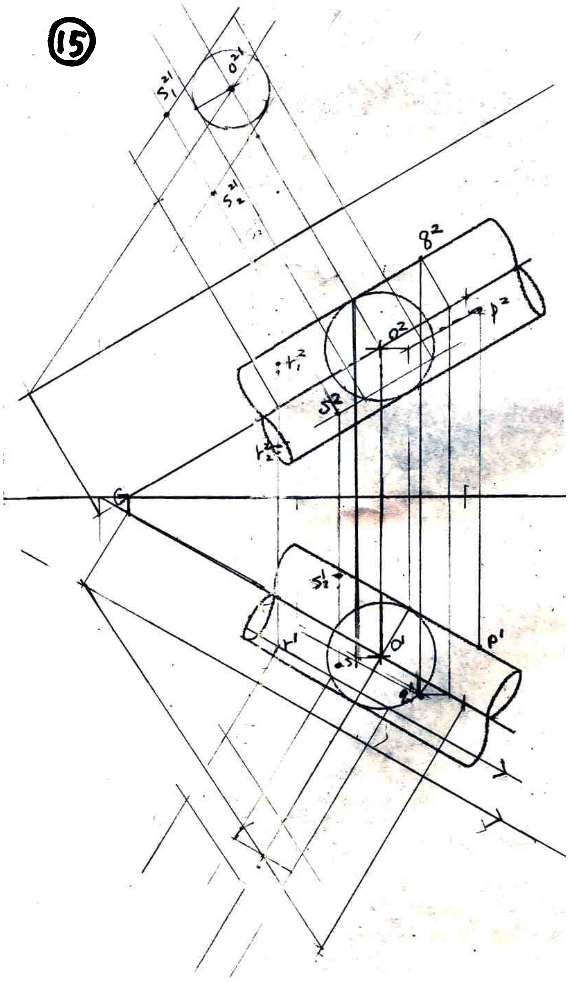
内接球の断面も一緒にとって、頂点V^{12}はやはり高さから作図するのが簡単でしょうか、すんなり副立面図ができますね．これも該当する点を２つ忘れずにT^2に書き込んでおいでくださいませませ．

……ふぇ…へ～くちっ！…うぅ…風邪かなぁ…？

…あ！解答例忘れてました～…！！
すみません御主人様、すぐ持ってきます！
……ちょっとお待ちください………
これも半年前ですね．お、お恥ずかしい…⑭
…あれ…？もしかして私、円柱の解答もまだ…
あああ～～～！



⑮



すっかりおとぼけしてましたね…なんでだろう私
いつも獲物を狙うタカのような　へっっっくち！！！

うぅ～～…ずるずるちぃ～ん……
はい…これにて第Ⅴ章（PL３）おしまいです…
御主人様おつかれさまでした……

おかえりなさい。

聴いてたもの。
「Lively Motion」
「Successful Mission」
「Wind Climbing ～風にあそばれて～」

製作　RAG
メイド大好き　YK

2005/12/11(第一版発表)

2006/05/27

半年で恥ずかしいと言えば、これもでしょうか.
私の友人からいくつかお便りを頂きました.
「てか絵、変わりすぎだろ！」
「これはワロスｗｗｗ」
「なにがあったんですか？」

…なにがあったんでしょうか.

生きているということ
いま生きているということ
いま遠くで犬がほえるということ
いま地球が回っているということ
いまどこかで産声があがるということ
いまどこかで兵士が傷つくということ
いまぶらんこがゆれているということ
いまいまが過ぎてゆくこと

生きているということ
いま生きているということ
鳥ははばたくということ
海はとどろくということ
かたつむりははうということ
人は愛するということ
あなたの手のぬくみ
いのちということ

――谷川俊太郎「生きる」

第一版　2005/12/18
改訂版　2006/08/13
version1.1　2006/09/18

萌える図形科学
第Ⅵ章　P.L.4 断面

………………………………………………………………

………………………………………………………………

……………………雪名お姉ちゃんは…風邪.

……………

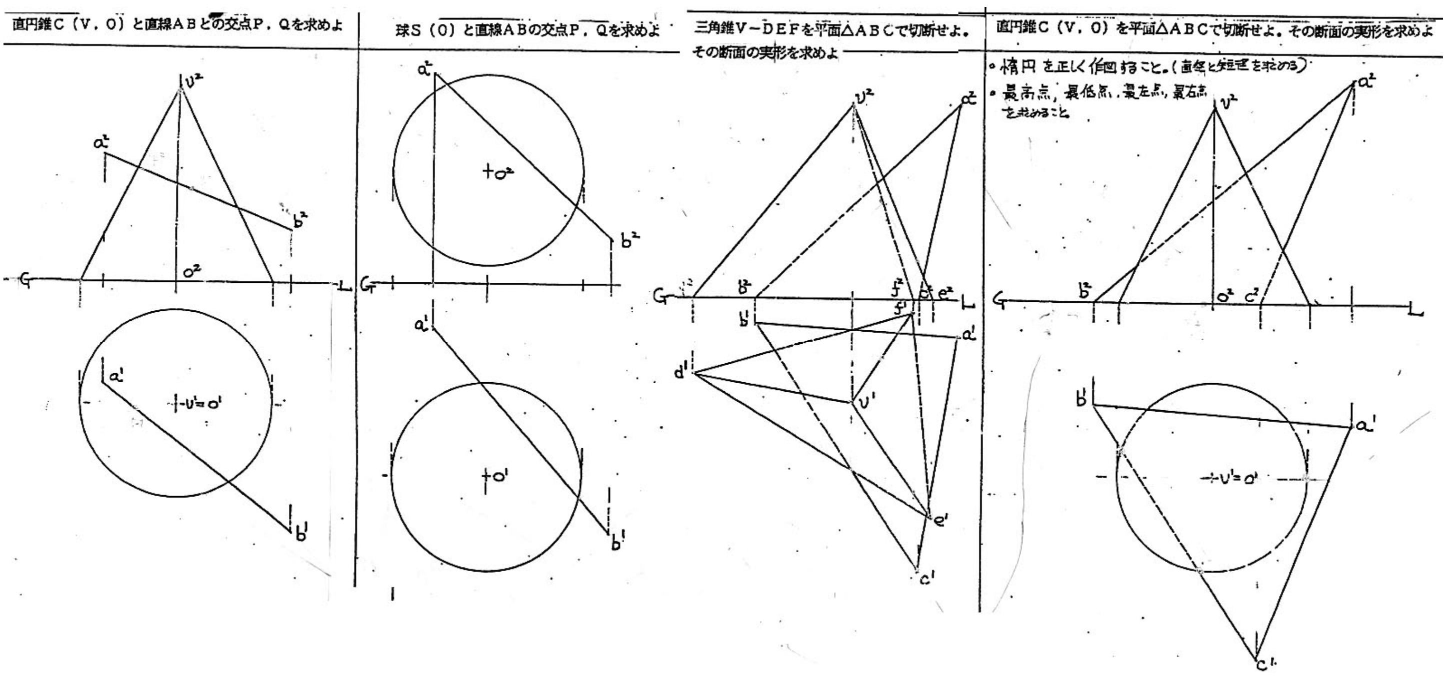
………絶対安静.

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………真姫…………….

P L. 4 (2005/12/15 出題)

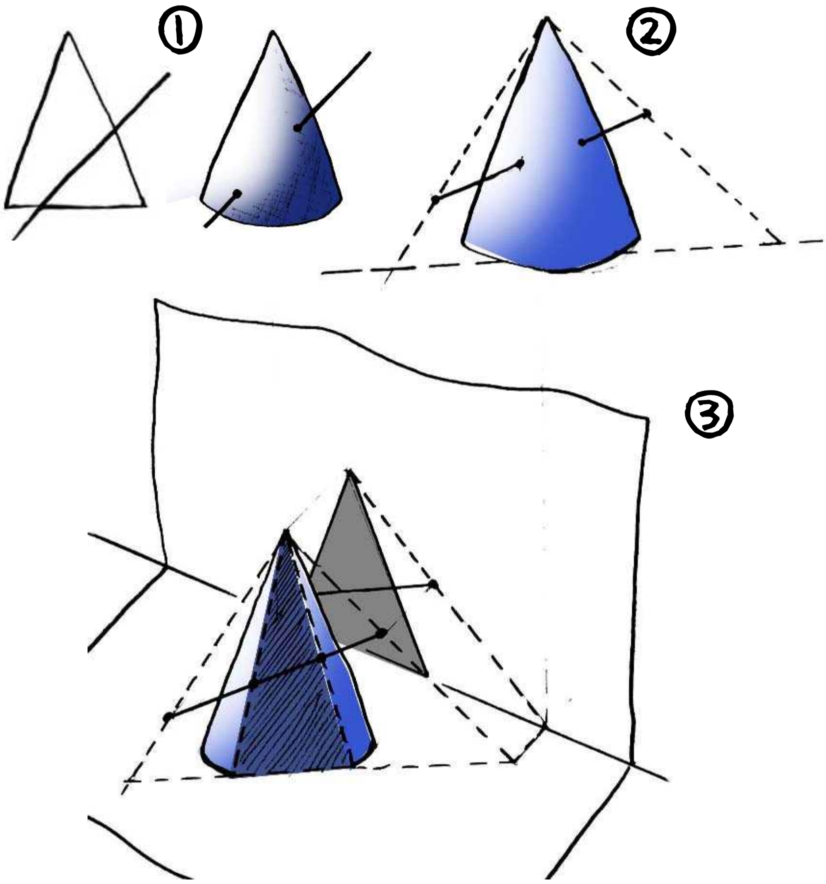


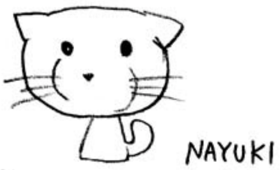
1．円錐と直線の交点

……まずは円柱と直線の交点．①
これは…点が曲面の上に乗っているから決定しにくい．…だから…分かりやすい、平面の上に乗せたほうがいい…

…直線ＡＢと円錐頂点Ｖを通る平面で切ってみる…②③　この平面の上に求める点Ｐ、Ｑが乗ってることは明らか……

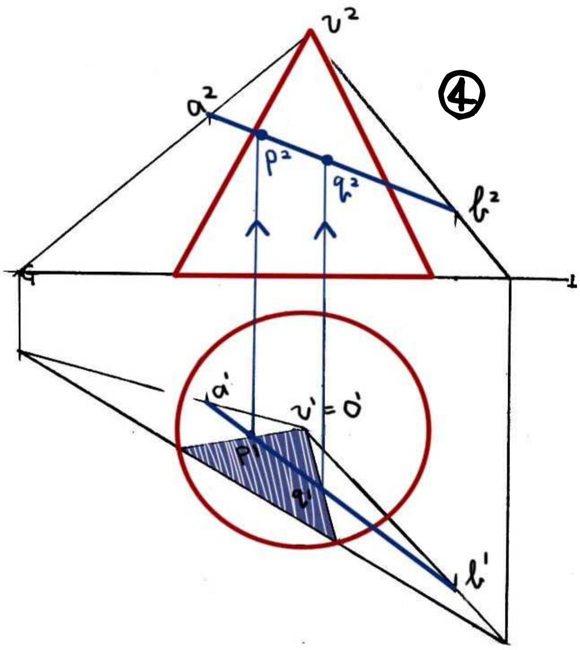
この切断平面の作図は簡単…ΔVAB の水平跡線と、底面円の交点だけで作図できる……④は解答例でもある…から

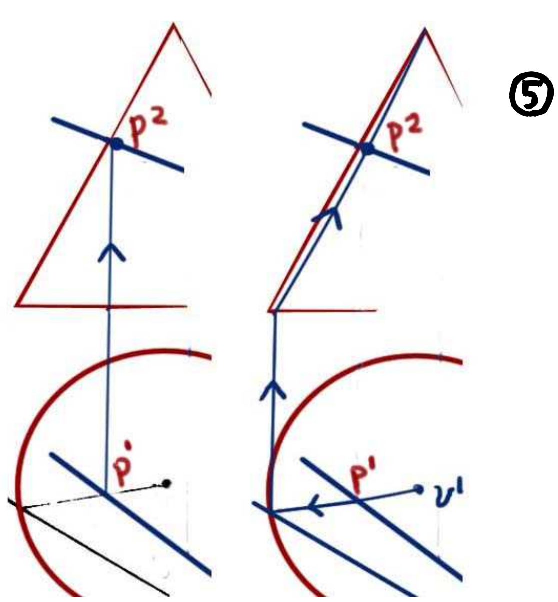


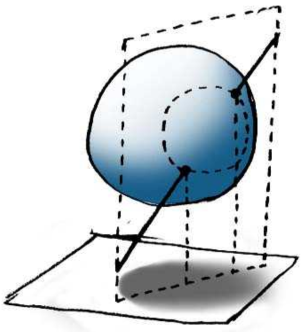


もうひとつ…だ…蛇足…ほそく？
p^1から p^2を描く方法は２通りある……どちらでもやってることはほとんど同じ…特に⑤の右のように…″母線の足″を考えるクセをつけておくと、後々便利かも…

今回はどちらでもいいけど…裏を返せば…両方でやってみて p^2がズレたら…………御…………………オ…オマエの作図が甘いってこと……　一応…確かめて……





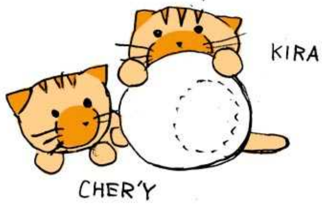


⑥

2．球と直線の交点

…考え方は…さっきと一緒…外から見るんじゃなくて…”求める点が乗っているような”平面で切って……求める点を直接見ればいい…それだけ…⑥

むしろ……1．より2．のほうが簡単………

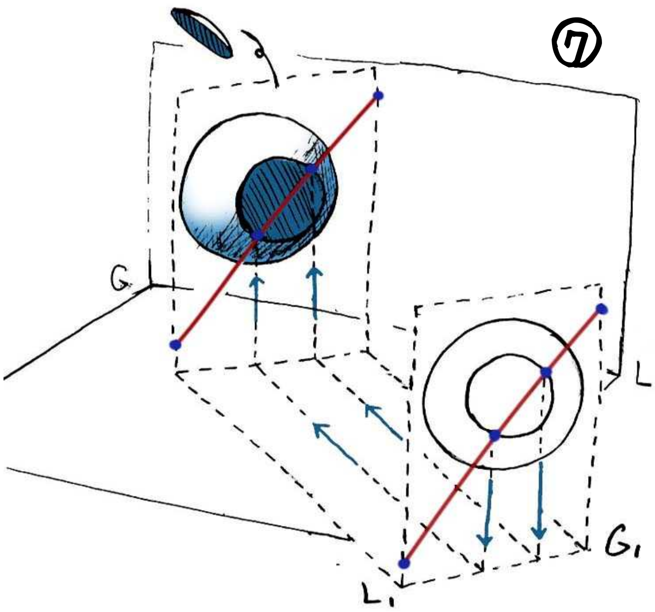


今度は…切断平面として平面図に垂直な面を考える……つまり…まっすぐ真上からブツ切り……立体図では…⑦のようになってる

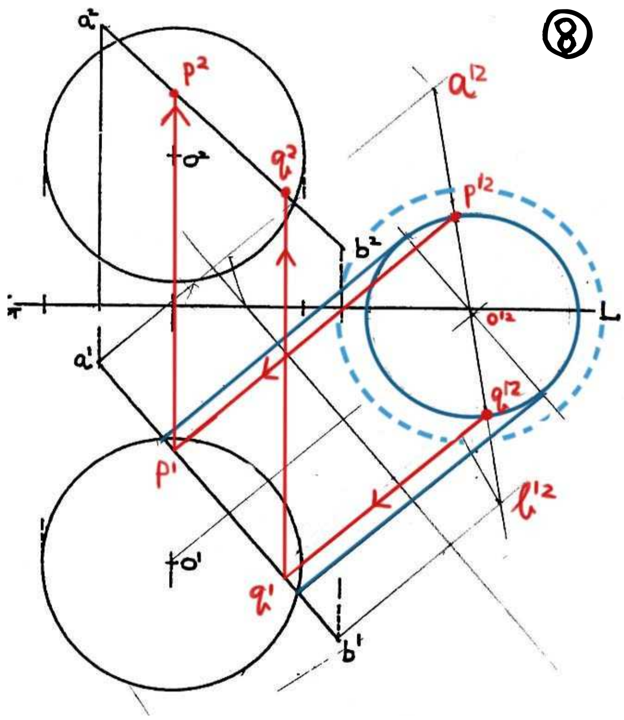
⑧は解答例…説明するより…⑦⑧を見てもらったほうが…早いと思う……

副投影をとって…そこに求める点が見えることが理解できれば…なんてことの…ない問題……副投影のとりかたが分からないとか言ったら……怒る……お姉ちゃんに言いつけてやる………

⑦



⑧

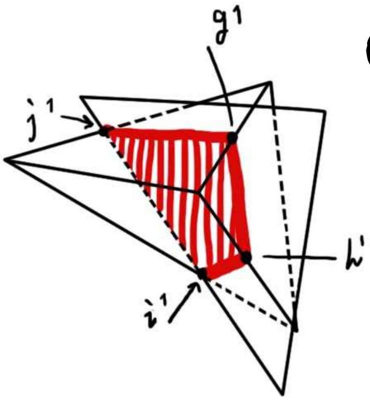


3．三角錐の断面

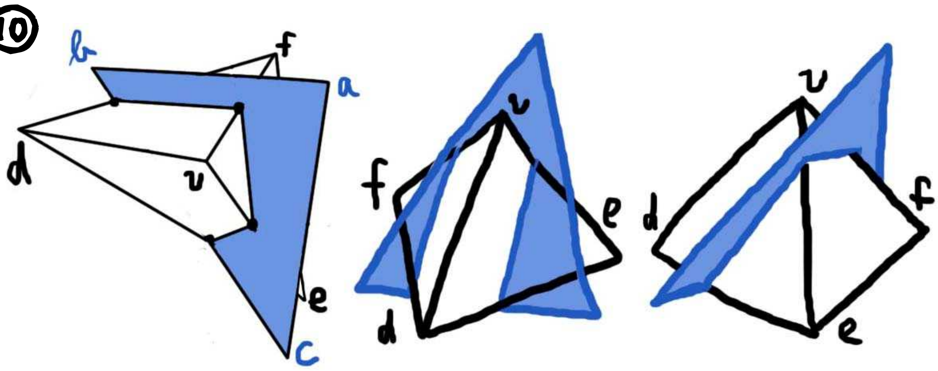
…いよいよ断面の作図…この問題はちょっとややこしいので、オマエ程度だとすぐに断面図形が思い浮かばなくても…しょうがない……まずは…じっくり考えて…イメージをつかむ……

平面図・立面図からだいたいの形を予想…空間把握？……積み木やブロック遊びで育つと得意になる……のかも…

⑨



⑩



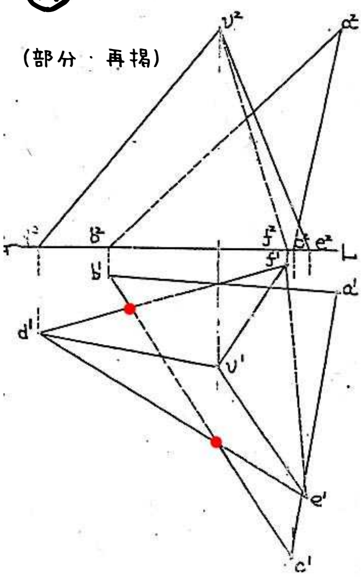
…切断面を作図する…というのは…本当はすごく難しいこと……立体と、切断平面が共有する点(=相貫点 →次章)を無限コとって…それらをつなげて初めて断面の辺が決定できる…

この問題は…求める断面が単純な多角形であることが明らかだから……頂点をいくつかとって、それをつなげて…断面を決定することになる…

こううまくいかない問題は…次…………

⑪

(部分・再掲)



…問題をよく見ると…頂点のうち2つはすぐに分かる……… ⑨⑩⑪

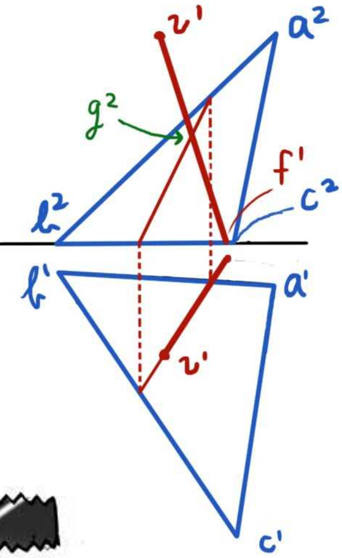
……だからあと2つ…

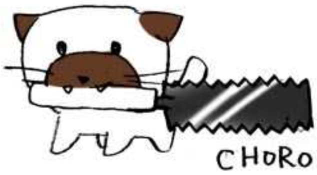
まず…稜 VF 上にある頂点を求めてみる…⑫

…問題の図はややこしい…から……とっつきにくい…かも…だけど……これは切断平面△ABC と直線 VF の交点問題に帰着してる……

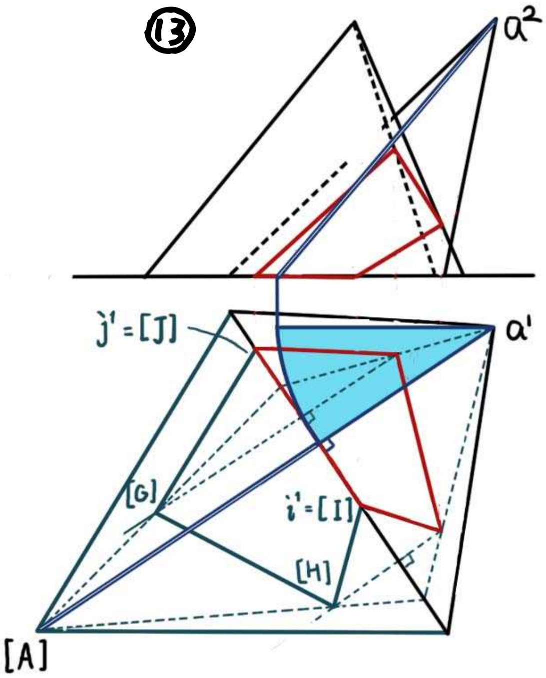
平面と直線の交点問題…については…お姉ちゃんが…第Ⅱ章……で…解説済み………

⑫





⑬



…こんな風にして…頂点を4つ揃えたら…切断面が作図できる…

実形も求めよとあるから…この切断面四角形を…ラバットメントしておく…こんなのは…オマケ.

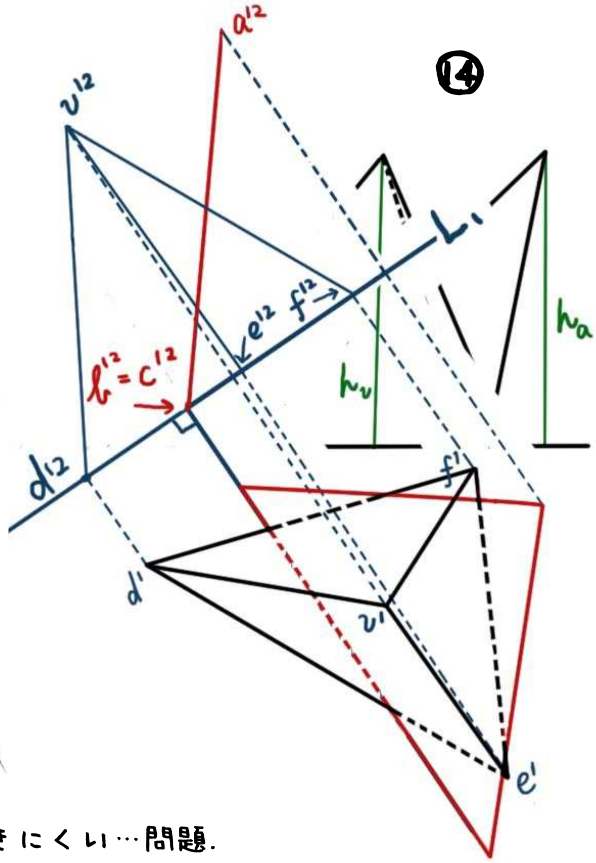
I、J が平面図にあって…水平跡線上だから…さらに簡単………

………お姉ちゃんは…時々おっちょこちょいだけど………オマエのこと考えてしっかり計画立ててるから…平面直線交点もラバットも事前に解説してある……

…優じゃなかったら…許さないから

だぞ…くほぞく…

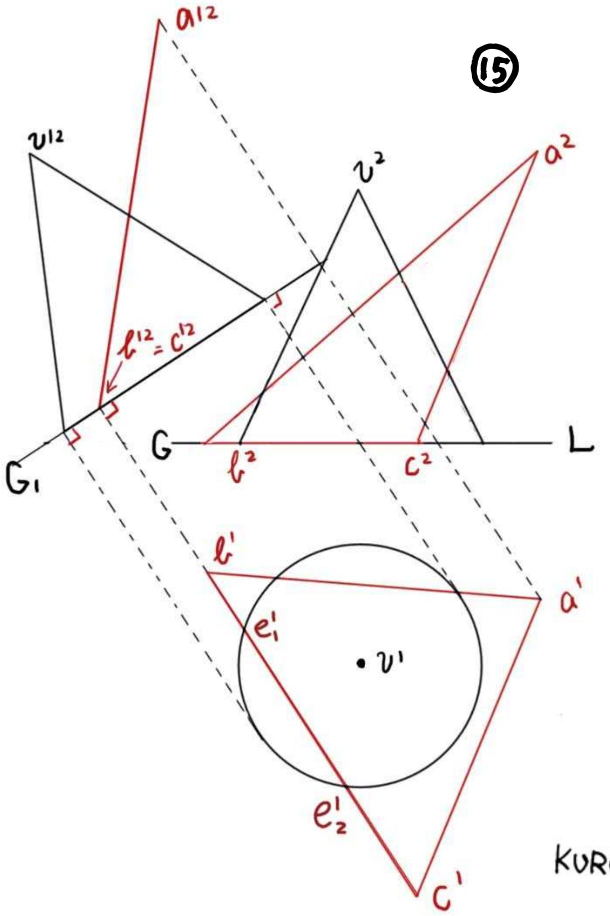
本来、こんな問題は…平面△ABCを直線表現して…
…真横から見て……三角錐との交点を写し取れば…
もっと簡単に…直感的に解ける⑭……はず…なのだけど…この問題は…$v^{12}e^{12}$ が水平跡線と平行に……近くて…交点が手作業ではとても描けない………比率とか計算すれば…できなくはない…けど…

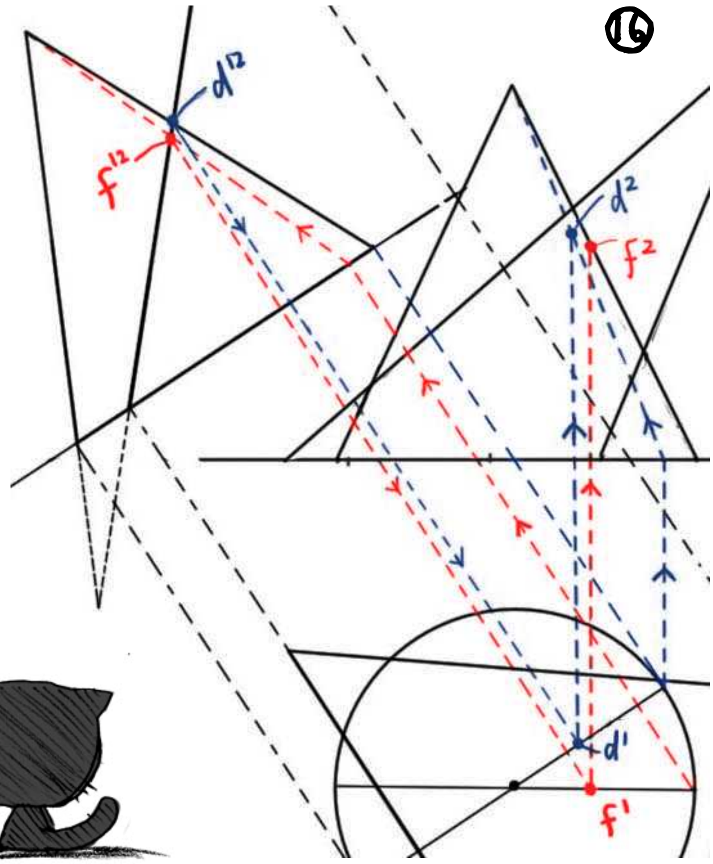


$v^{12}f^{12}$ 上の交点だけなら…
簡単に作図できる……
確かめてみて

4．円錐の断面

…これも…することは簡単……でもちょっと…とっつきにくい…問題.
まずは…△ABCを直線表現…する.ここではBCがそのまま水平跡線に…なってる ⑮
説明のために…最上点をd、最左点(=最下点)e、最右点f……とおく. ⑯
平面を真横から見た副立面図で…最上 d^{12} は明らか………"最右母線の足"の位置を…
平面図から移して…f^{12} もすぐに分かる……… 2つの最下eは見たまま………
………よく考えるとこの"最右"は投影に依存するので……変な点…





円錐を…平面で切れば…切り口は正円か楕円か放物線…つまり二次曲線…ね．今回は楕円……これを作図する……

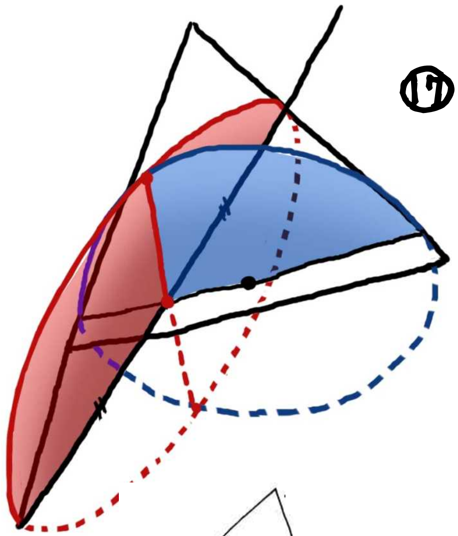
まず…長直径が……副投影で見て…切断平面と円錐の交点…からすぐに分かる…半分にすれば長半径ｒL…⑰

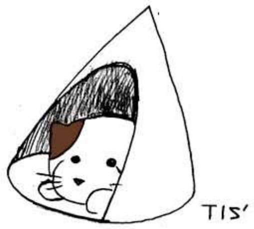
短半径は……ちょっとややこしい…
″円錐軸と垂直に切った″正円と…求める楕円は…常に交わっている⑰…楕円は円錐の表面に作られるから…
つまり…楕円の中心を通るような正円を描けば…短半径ｒｓが決定できる…⑰⑱参照…
⑱の赤い円は…この図上にあるんじゃなくて…紙面に立っているのを倒したものだから…混乱しないで……
半径が分かったら……半ば…フリーハンドで…楕円…

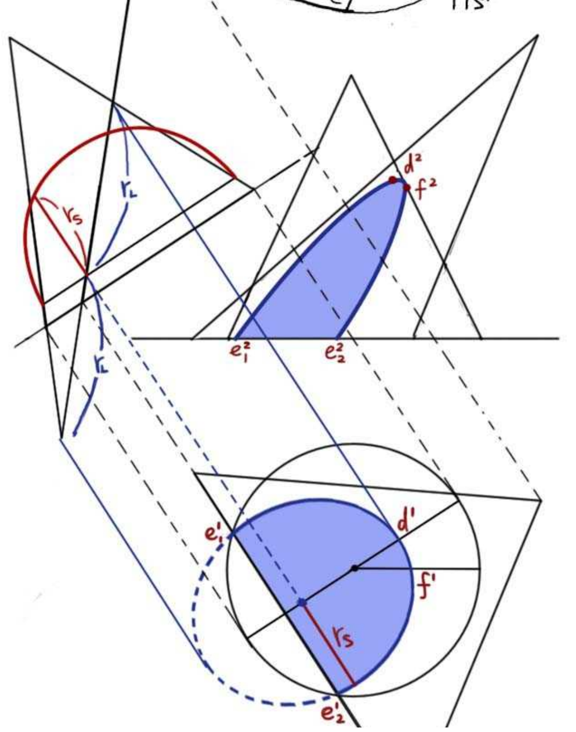
最後に…断面楕円の実形……
副立面図で楕円を真横から見てるから…ラバットしてもいい……ちょうど、Ⅴ章の1．の別解(⑬)と一緒……教科書ではそうなっている…
でも…平面図に楕円描いた後だから…かなりゴチャゴチャしてて…補助線とか多くなりすぎるし……大変．

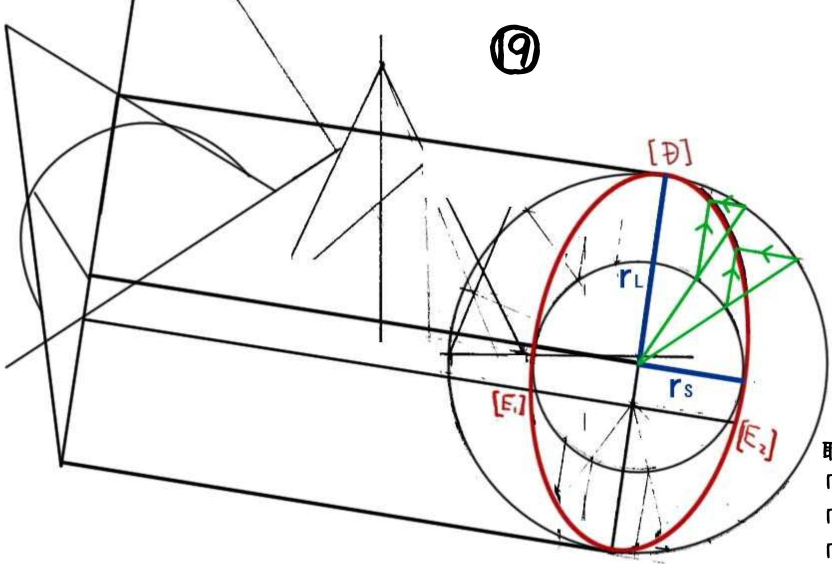
だから…副投影から副副投影を作ればいいと思う…⑲
どっちをするかは……オマエに任せる…どの道、楕円の描き方は教科書P. 41図-67…あるいは…この週の配布プリント参照…………⑱と⑲あわせて解答例……

………お………御…………お…つかれ…………さま．









聴いてたもの
「God knows...」
「創聖のアクエリオン」
「ヘミソフィア」

製作　RAG
製作指揮　YK

萌える図形科学

Intersection

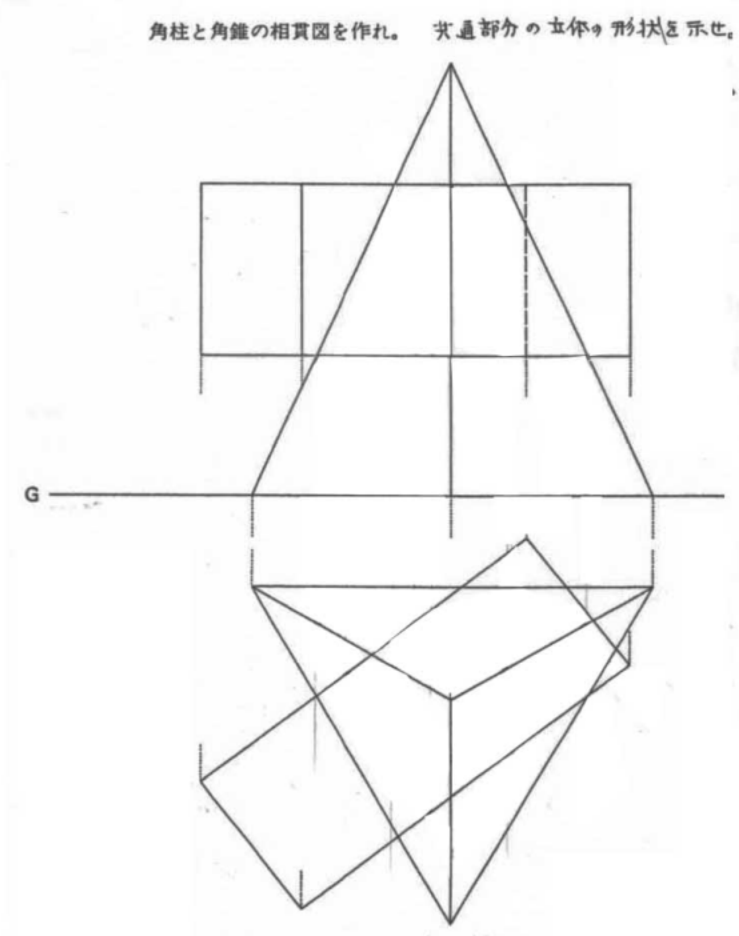
第Ⅶ章　ＰＬ.５

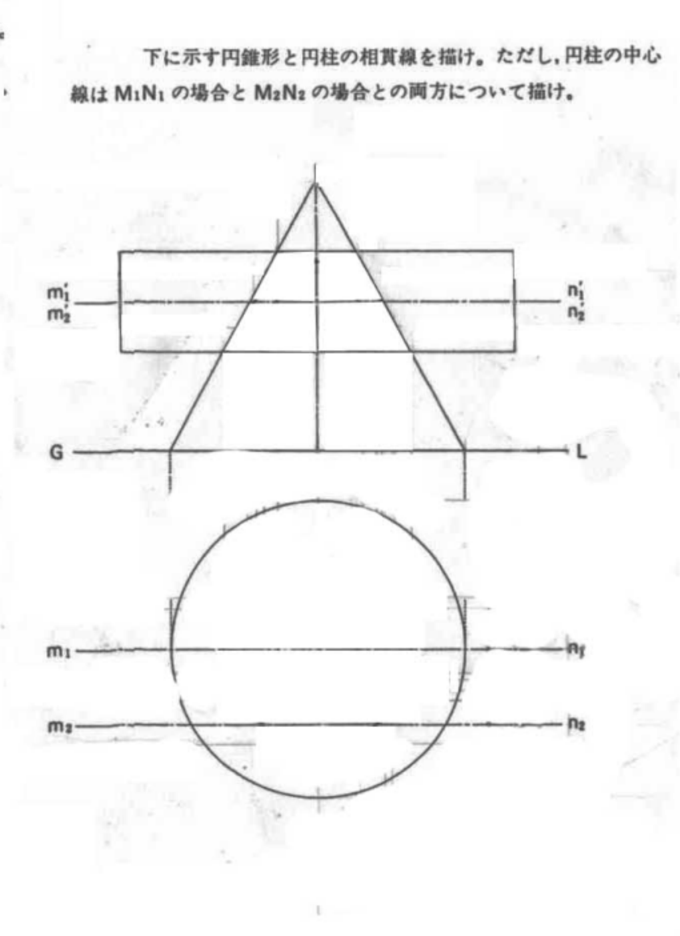
第一版　2005／12／25 **聖夜**

改訂版 version 2.0　2006／04／10

今今と　今と言う間に　今ぞ無く　今と言う間に　今ぞ過ぎ行く　　　――道鏡

ＰＬ．５　（2005／12／22 出題）





え～と…あの…その…ク、クリスマス…なので…お部屋をそれらしい装飾にしてみました…ハイ…気に入って頂ければ嬉しいのですが……………………え？私？私は…その、…サンタ様のカッコで…えと…これなら喜んで頂けるかなと……は、恥ずかしぃんですけどすごく………変じゃありません？これ、特注で…御主人様が仰った通りの服の色と合わせてみたんですけど…

……うぅ～～……失敗したかもです～～…やっぱりやめとけばよかった…

こ、今回の課題は相貫（Intersection）です．２立体の表面上で交わってる点を相貫点と言いまして、相貫線 ≡ $\int_{\Sigma}$ 相貫点 はもちろん、共通部分の立体を形作りますです．最初の問題は今までの基本事項で解決できますし、二問目などもちょっととっつきにくいですけど、やってることを理解すればさして難しいものでもありません．

あ、だめですからね新年の授業日前日に慌てたりしちゃ！必ず年の内に済まして下さいね！ではでは、早速取り掛かってみましょう．

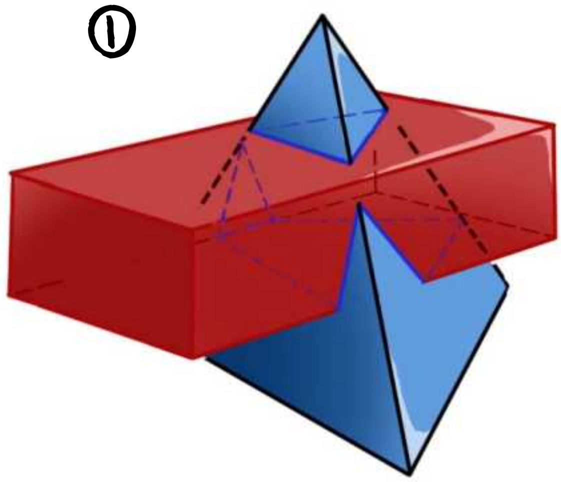
………………あ、…その前に御主人様……これ取ってもいいですか…？なんだか恥ずかしくて落ち着かなくて………

１．角錐と角柱の相貫線

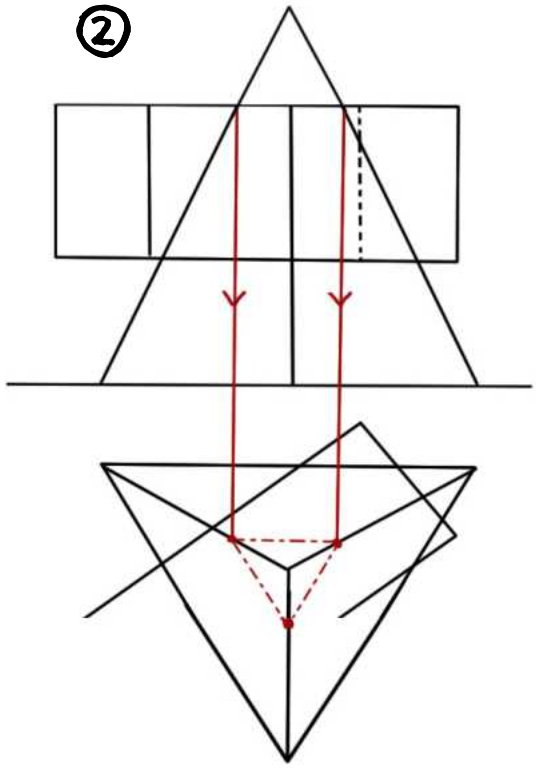
　まずは角錐と角柱の作図です～．大体、イメージは①のような感じです．角錐の上底と下底が、地面に平行になっているので、かなり問題が簡略化されてますです．相貫問題と気負わず、前回の断面問題と同じと考える方がいいですよ～

　さて、上側の二つの相貫点は立体図からすぐに決定できます．②　さらに、角錐上底が地面に平行なので、上側の相貫線は錐の底辺と合同になることより、正三角形(ですよね？たぶん)を描けば、３つの相貫点が平面図に描けるわけです．はい、簡単ですね～♪

①



②



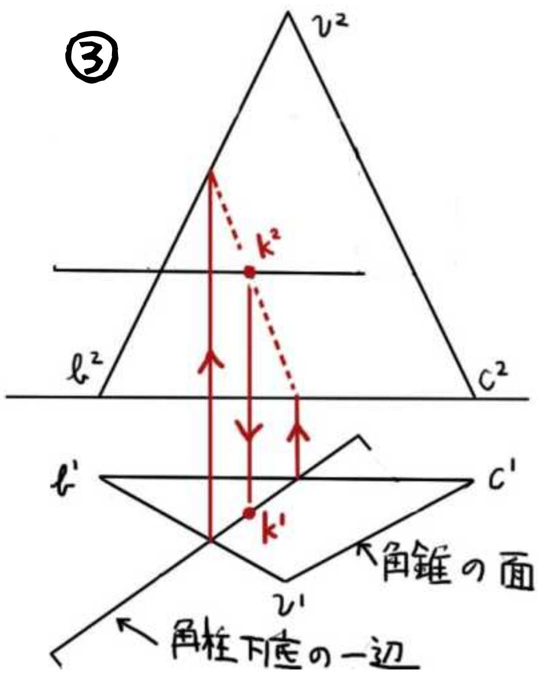
> **蛇足補足．**
> 　たくさん点が出てくるので、説明のために適宜名前をつけていきます．実際に解答に点の名前を書く必要はありません．てか、そんなの描くスペース、なかなか無いですよね～…

　では続いて、角柱の下底から為される相貫点を求めていきましょう．上底はもうすることがないので、以後、平面図の長方形＝　角柱の下底を表すものと考えてください．

最初に示したイメージを頭に思い浮かべながら、角柱の辺　と　角錐の面　の交点を求めます．③　相貫点を求める問題が、直線と平面の交点を求める問題に帰着できるわけです．最近こればっかりですね～？試験に出るんでしょうかね、やっぱり…？

【改訂版注：出ました．】

③

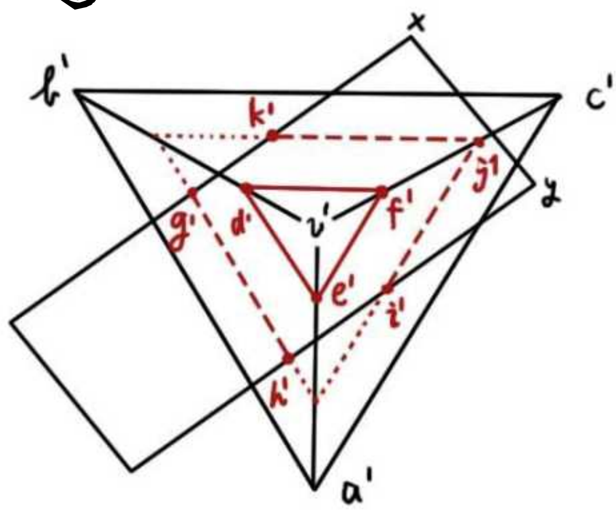


これと同様にどんどん交点を求めていけばいいのですが、さっきも申しましたように**角柱の下底も地面に平行**ですので、下側の相貫線も正三角形の形をなすことは明らかです．④ なので一つ交点が求まれば理論上全部おっけーなのですが、この方法は一つの点に頼りきりなので、誤差が大きく出ることも考えられます．２点、例えば k^1 と g^1 とかを求めてみて、実際に正三角形上に乗っているか、ちゃんと確かめてくださいね．

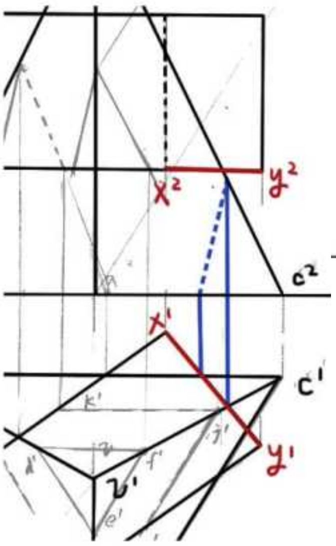
悩みどころはもうひとつあります．v^1c^1 上だけ交点の形が違うんですよね．下底の辺 x^1y^1 は角錐と実際には交わってないからです．試しに、交点を求めてみようと作図すると、実際に「交点無し」と確かめることができます　⑤

横側の相貫面（？）はちょっと想像しにくいですが、立体図を頭に描きながら考えてみてください．⑥ 最初の立体イメージも参照して下さいです．

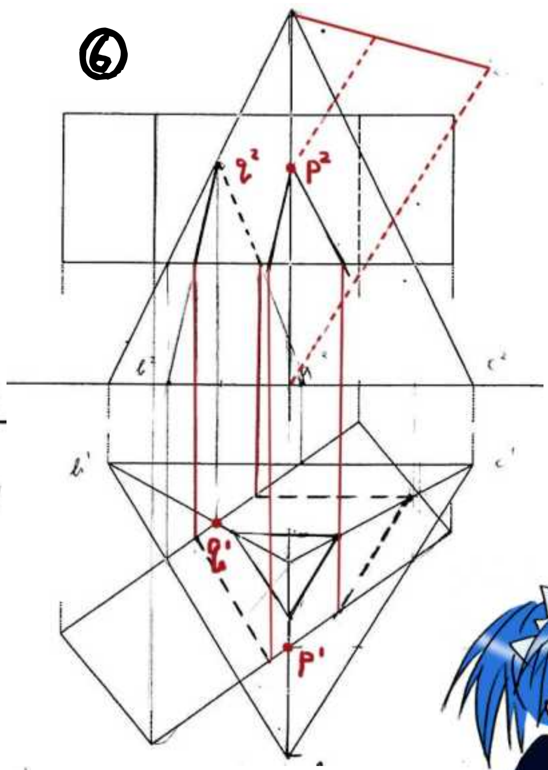
④



⑤



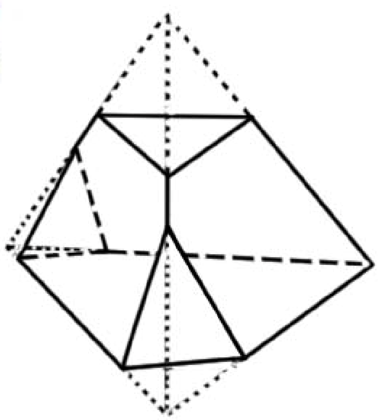
⑥



この面は角錐の側面上にあり、地面に垂直なので、平面図では直線に見えています．p^2 は比例配分などで高さを決定しましょう．q^2 とは（一般に）高さが違います．…手作業では、同じような感じになっちゃいますけどね……q^2 から横に線を引っ張って p^2、とか作図した跡が残ってると減点されちゃいますよ♪

私のスペースがないですぅ

⑦



【改訂版・作者注】「共通部分の形状を示せ」というのは、以上のように解答することであって、立体のイラスト⑦を描け、ということではないらしいです．

~~みんな頑張ってイラスト描いたのに…まぎらわしいっつーの~~

2．円錐と円柱の相貫線(MINI)

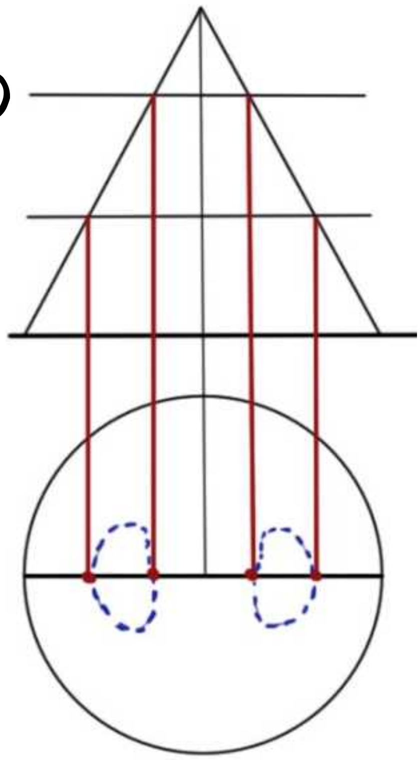
次に円錐と円柱の場合を考えます．美術室によくあるアレですよね．夜の学校で動く胸像と同じ材質っぽいアレですよね．私美術部だったこともありますがアレのデッサンとかしたことないですし今でもできません．

これも気負う必要は無いですよ．副立面図と断面だけで解けちゃいますです．まずは、最上点と最下点が見たままなので、平面図に対応させましょう．⑧　どんな切り口円ができるのか、想像しながらカキカキします．⑨

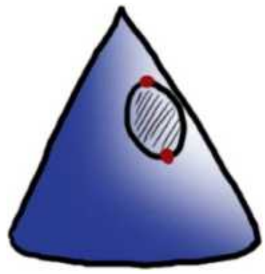
次に、円錐を任意の平面T′（// 地面）で切断し、その断面円 C_2 を考えます．⑩～⑪　相貫点とは、どちらの立体の表面上にもある点ですから、⑪副立面図で見て、C_2(直線)上 かつ C_1 上の点が相貫点になっているわけです．御主人様も⑩を見て考えてみて下さい．

T′を他にも幾つかとって、相貫点を線で結べば完成です．

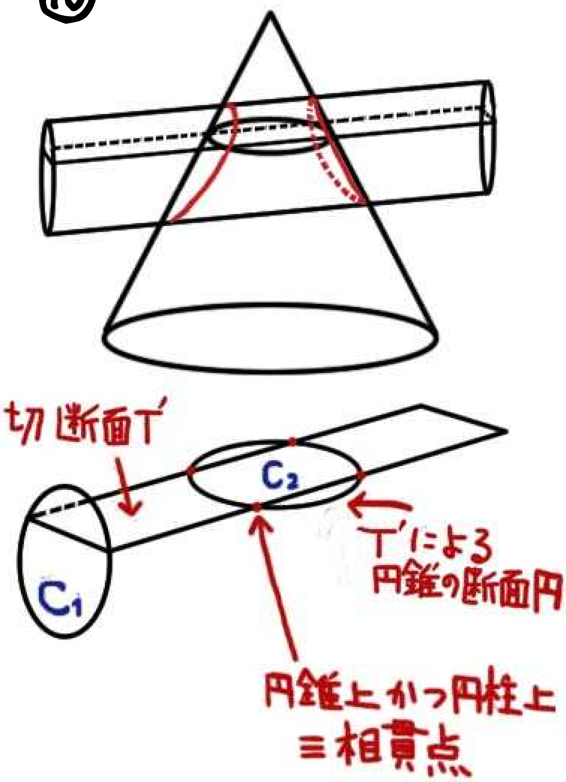
⑧



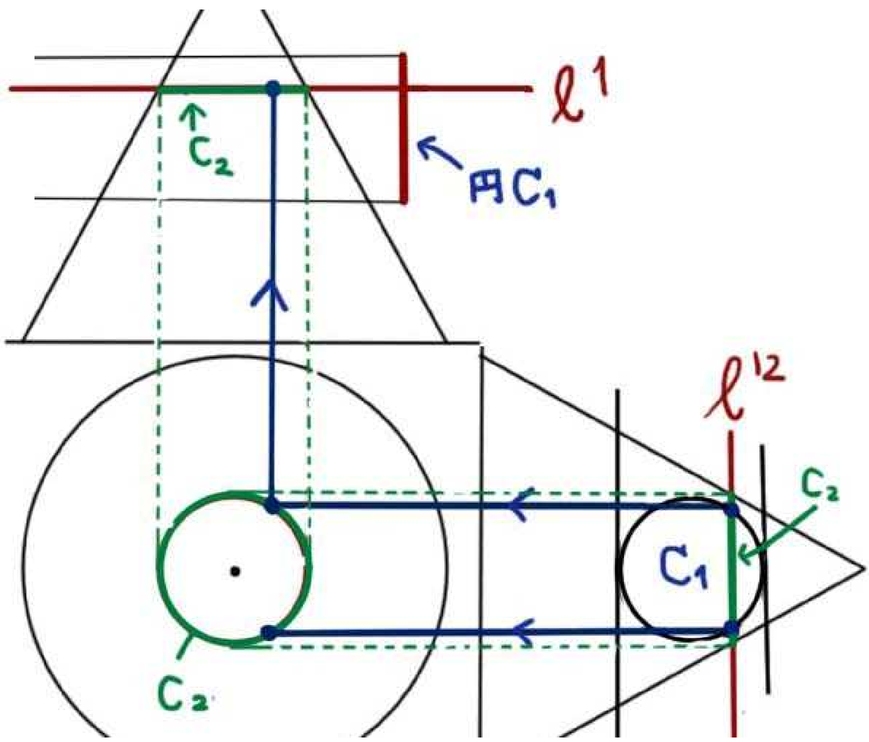
⑨



⑩



⑪



※⑩⑪はちょっとややこしいです．納得できるまでウンウンうなってくださいね♪

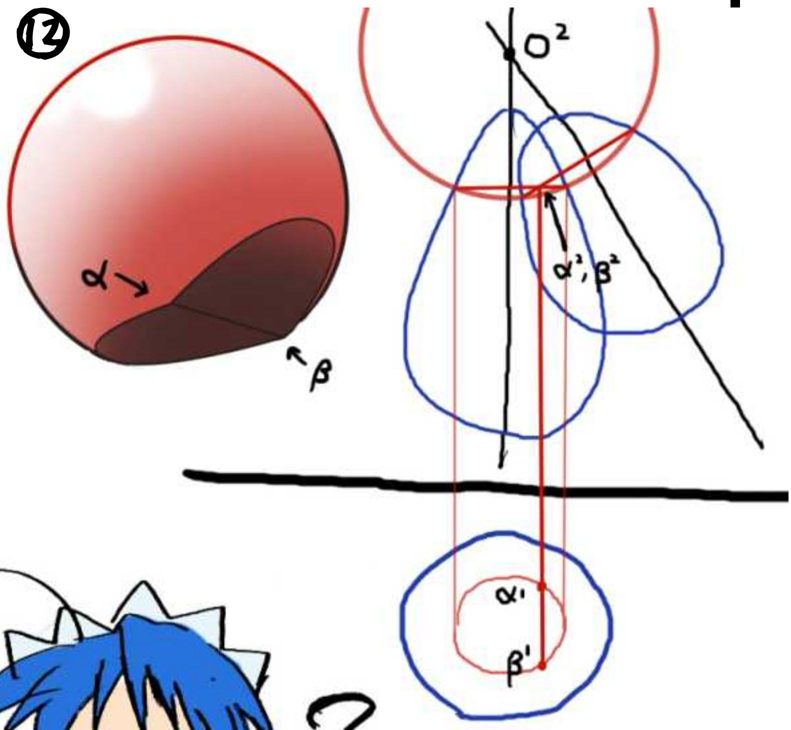
蛇足じゃない蛇足補足．MINIの別解

以上が普通の解法だと思いますが、ちょっとマニアックな別解もありますです．回転軸が交わる２回転体の相貫を使ってみましょう．

軸が交わるならば、その軸中心の半径任意の球(円)を描き、それぞれの交点を通る２直線の交点…あれあれ？混乱してきちゃいましたぁ…軸に平行あ、いや、垂直でかつ任意半径の円との交点…あれ？円との交点を通る二直線……

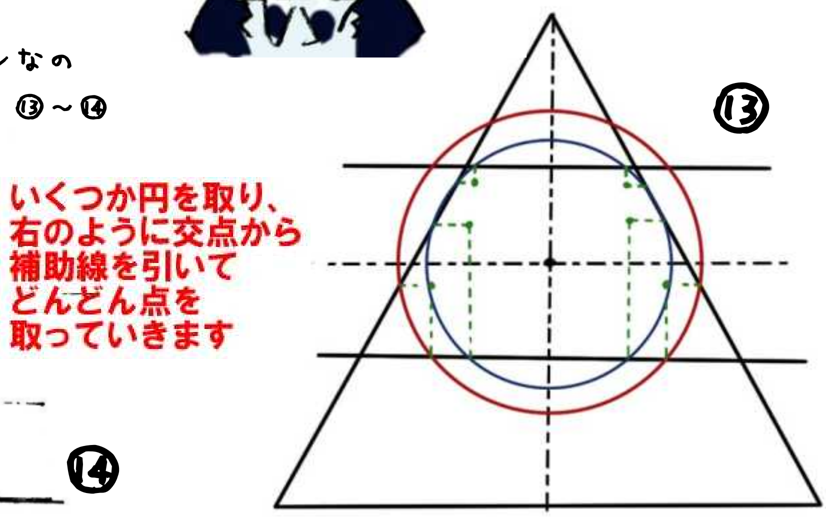
……

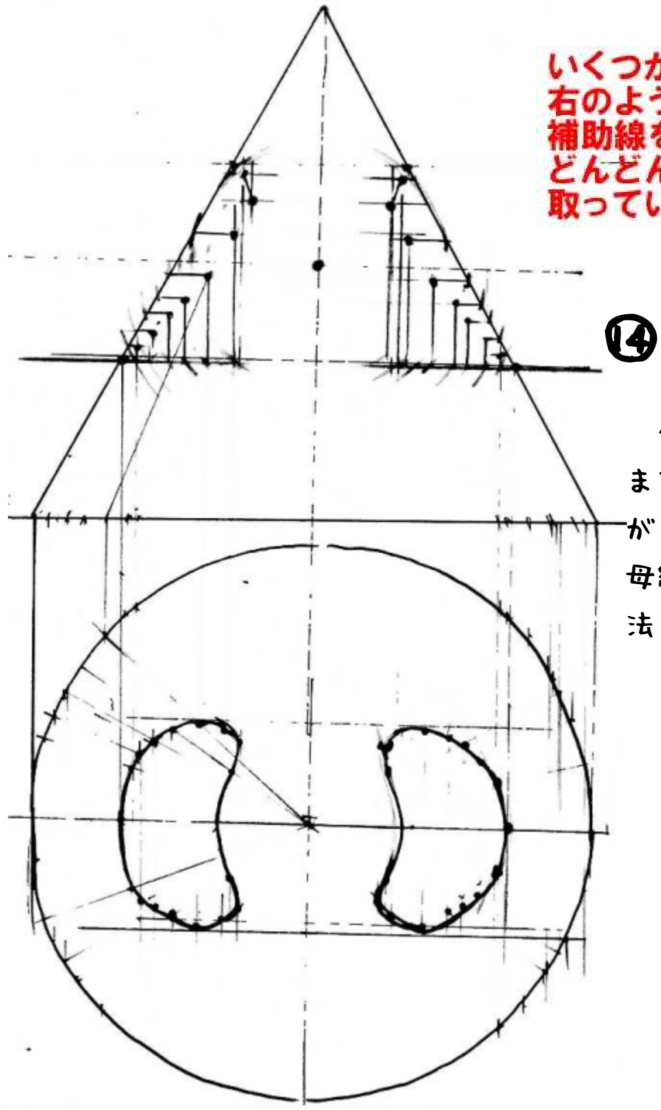
…



…こっこの図を見れば簡単ですよね御主人様！⑫ つつつまりこの球面上に、２つの回転体の断面円が乗っかってるので、その交点α、βが相貫点になっているのです．こんな球をいくつか描くことで、相貫点がたくさん作図できますよね．

本問では、この解法、意外とラクチンなのです．副立面も描かなくていいですし．⑬〜⑭





作図例⑭は、私、頑張りましたけど、さすがにここまでやらなくてもいいです．平面図に対応点を描くのがちょっと手間かかりますが、メイドの法則３「錐は母線の足が大事」によればできます．私はこっちの解法のほうがオススメです〜

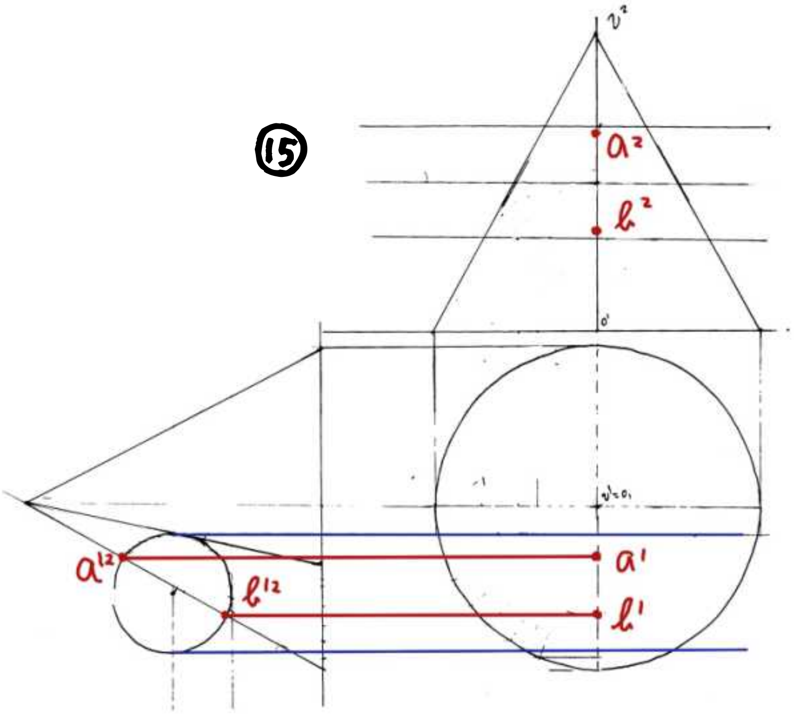
3．円錐と円柱の相貫線(M2N2)

ではでは、いよいよ、本年のとっつきにくさ No. 1 の問題に移りましょう． ⑮

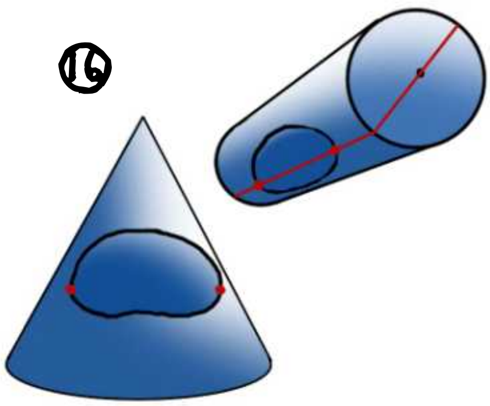
これも、まずは最上点と最下点——と言いたいんですけど、実はｂは最下点ではありません．最下に近いですが、少し上がった点になっています．この理由は補足に示します．

最下点ｃは、副立面図で見て、円柱の断面の円の最下点に対応しています．また、最左点は、”母線に垂直な線”と円の交点 d^{12} に対応しています．これは、円錐表面からみて、最も遠い点だからです．…説明、しにくいですぅ～…

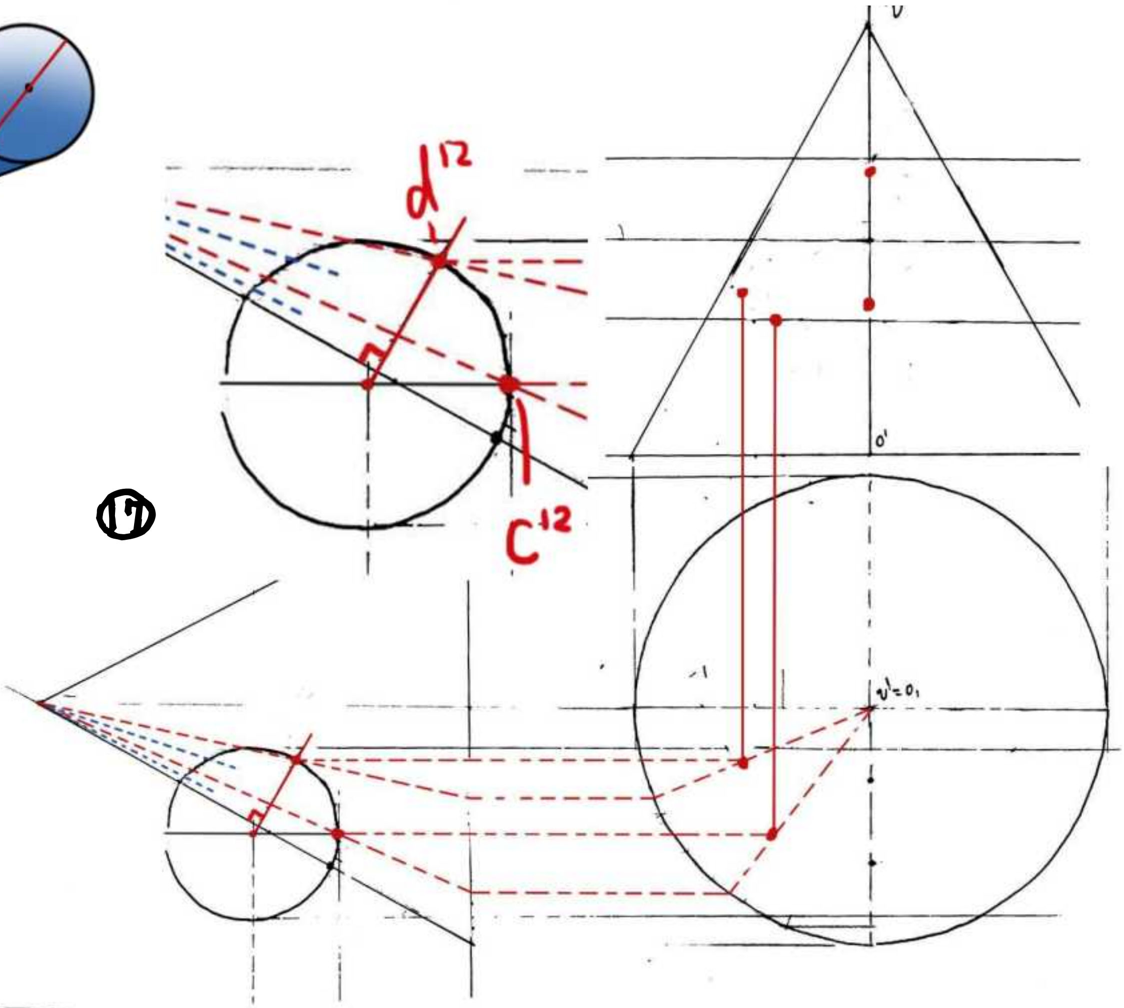
⑮



⑯



⑰



最右点や最左点は、”一番左右に大きくえぐられた点”なんですよね．で、一番大きくえぐるのは、”円錐表面から最も遠い辺”(円柱の辺)であるわけですから…⑯⑰

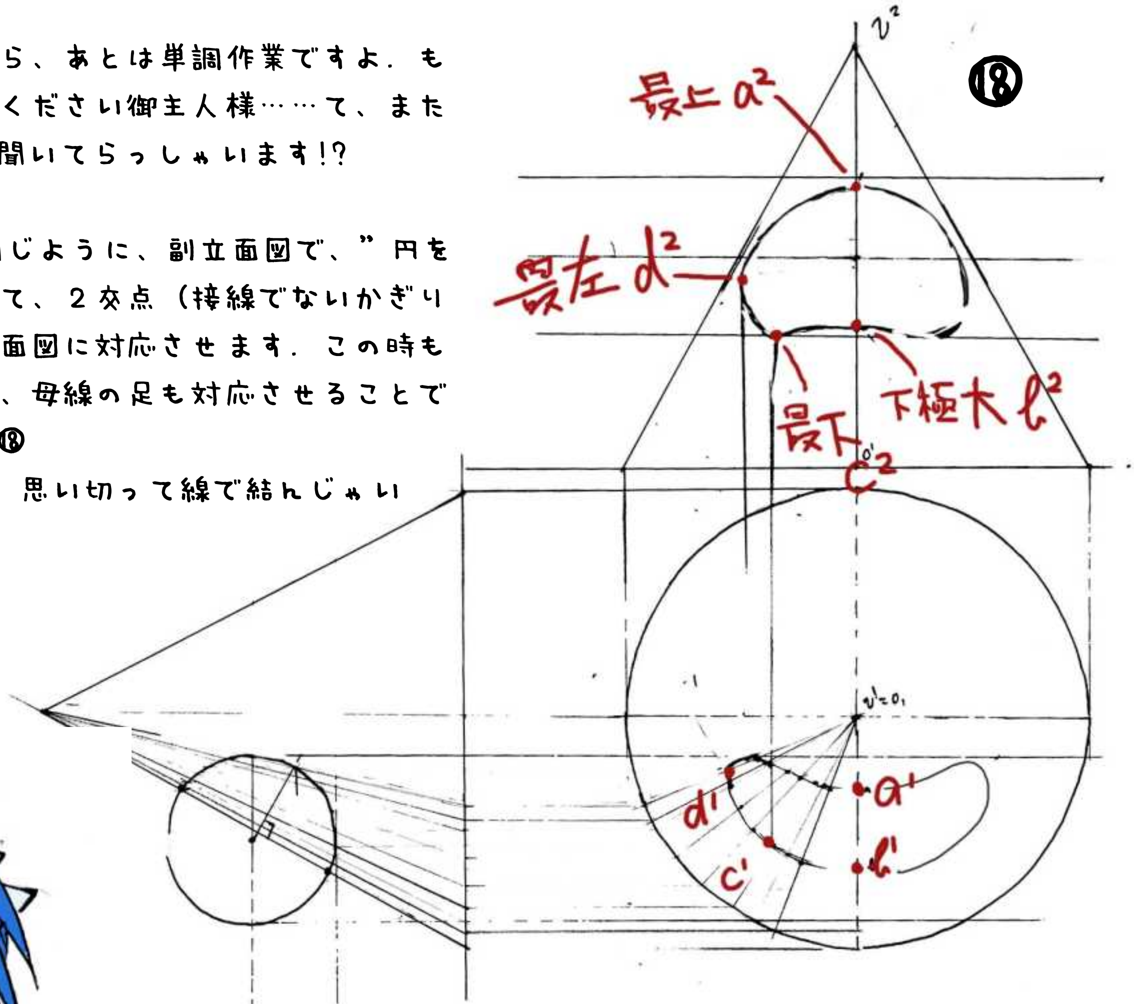
う～～…これ以上上手く言えないですぅ～～…ごめんなさいです…

主な相貫点が求まったら、あとは単調作業ですよ．もう少しですから頑張ってくださいご主人様……て、また寝てるじゃないですか！聞いてらっしゃいます!?

こほん。

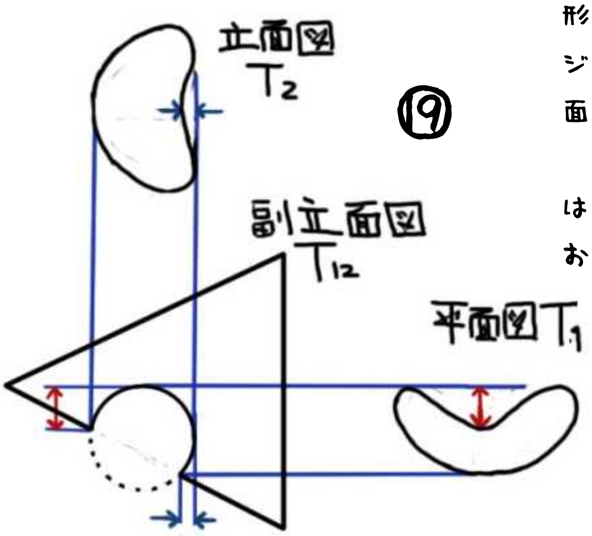
$c^{12} \to c^{1}$ や $d^{12} \to d^{1}$ と同じように、副立面図で、”円を通る任意の母線”を引いて、２交点（接線でないかぎり２つありますよね）を平面図に対応させます．この時ももちろん、法則３により、母線の足も対応させることで作図していきましょう．⑱

ある程度点をとったら、思い切って線で結んじゃいましょう．



最後に、相貫線のなす形についての補足です．円柱を円と見ている副立面図で考えると分かりやすいです．⑲…て、図を見て頂ければ、これ以上言うことないんですけど……副立面図の形を、上から・横からみるとどうなるか、図を見ながらイメージしてみてください．副立面図とそこの円を描いた時点で、立面図・平面図の相貫線の形を推定しておくと作業が早いですね．

はい、おしまいです．今年もお疲れ様でした！紅茶とケーキをお持ちいたしますので、ゆっくりなさっていて下さいませv



メイドの法則１

「メイドさんはラバットメント」

法則２

「直線と平面の交点問題に帰着」

法則３

「錐は母線の足が大事」

協力頂いた方々

北川シケ長　ＹＫ

聴いてたもの

「もしも明日が晴れならば」

「あなたを照らす、月になりましょう」

他多数

製作　　ＲＡＧ

製作指揮　ＹＫ

月がとても蒼いですね。

夏目漱石。
″I love you.″の訳に。

萌える図形科学
第Ⅷ章
過去問解説(2004年度)

version1.1 2006/9/21

………

…………………

…………………………

……おにゅー………

…………………………なんでも…ない…

例年…１つ穴埋め問題が………出るみたい……
…だけど、この解説は…省く.

答え見れば…分かるもの…ばかり…

2004 年度図形科学(加藤教官)期末試験

1．（　　　　）内の空欄を埋めよ。

a）正投影において点Ｐが第３象限にあるとき、Ｐの平面図は基線（ＧＬ）の（　上　）にあり、立面図は基線の（　下　）にある。第２象限にあるとき、Ｐの平面図は基線の（　上　）にあり、立面図はＧＬの（　下　）にある。

b）空間中で２直線ｌ，ｍが直交しており，正投影において直線ｌの平面図が基線に平行である。このとき，ｌとｍの（　立面図　）は直交するか，ｍの（　立面図　）は点表現となる。

c）直線ｌと平面ＡＢＣが空間中で直交している。このとき，正投影において，ｌの立面図は一般に平面ＡＢＣの（直立跡線）と直交する。平面ＡＢＣが（直立投影面）に平行な場合は直線ｌの立面図は（　点　）表現となる。

d）投影方向が投影面となす角がα（0＜α＜９０度）の平行投影において直線ｌが投影面に平行ならば、その長さは変わらない。逆が成立しないのは，直線ｌと投影面のなす角度が（　$\pi-2\alpha$　）の場合である。

e）正投影においてｌとｍの平面図，ｌとｍの立面図が共に交わっている。このとき，直線ｌとｍは空間中で交わっていると（　いえない　）。

f）正５角形の対角線の長さは１辺の長さの（　$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　）倍である．正５角形を構成面とする正多面体は（　正十二面体　）である．その双対は（　正二十面体　）である。 二乗の

g）直軸測投影において３軸方向の縮率の和は（　2　）である。したがって，縮率を便宜上１で描いた等測図では球の直径は（　$\sqrt{\frac{3}{2}}$　）倍に表現される。

h）中心投影（透視図）において、平行２直線ｌ，ｍの表現が平行となるのは，ｌ，ｍが投影面（画面）に（　平行　）な場合である。そうでない場合は，投影中心を通り，（　ｌ　）に平行な直線と（投影面）の交点で交わる。この交点をｌ平行直線群の（消点）という。

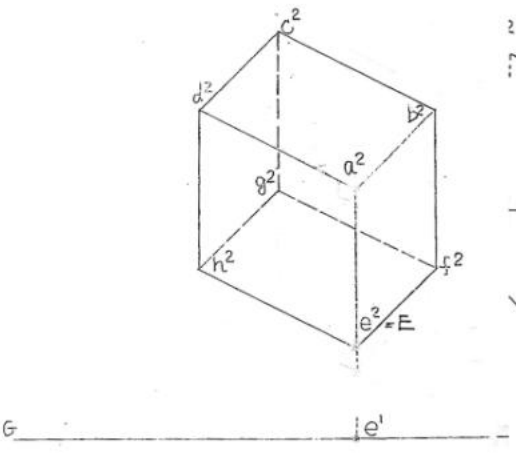
2．直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨの軸測投象風の図が以下のように与えられている．これが，下図のように投象面に対して斜めにおかれた場合の正投影の立面図であると仮定して，以下の手順で正しい軸測図に修正せよ．

1）a^2，a^2b^2方向，a^2d^2方向，a^2e^2方向が正しいと仮定して，直線ＡＢ，ＡＤの直立跡点を求めよ．それぞれ，Ｘ，Ｙと表記せよ．

2）ＥＸ，ＥＹ，ＸＹを軸として回転（ラバットメント）し，三角形ＡＥＸ，三角形ＡＥＹ，三角形ＡＸＹの実形を求めよ．

3）直方体のＡＢ，ＡＤ，ＡＥの長さが，それぞれ３０ミリ，４０ミリ，５０ミリであるとして，正しい軸測図に修正せよ．

4）３）で修正した立体をＡＥを軸として９０度回転した場合の立面図（軸測図）を描け．Ｃ，Ｄ，・・・，Ｇ，Ｈが回転した頂点名はそれぞれＣｒ，Ｄｒ，・・・，Ｇｒ，Ｈｒとする．立体は二つ考えられるが双方を描け．



3．点Ａ，直線ＰＱの表現が図のように与えられている。

1）水平傾角θ＝tan⁻¹（3／4）の直線ＡＢの実長を求めよ。ただし，Ｂは水平投影面上にある。

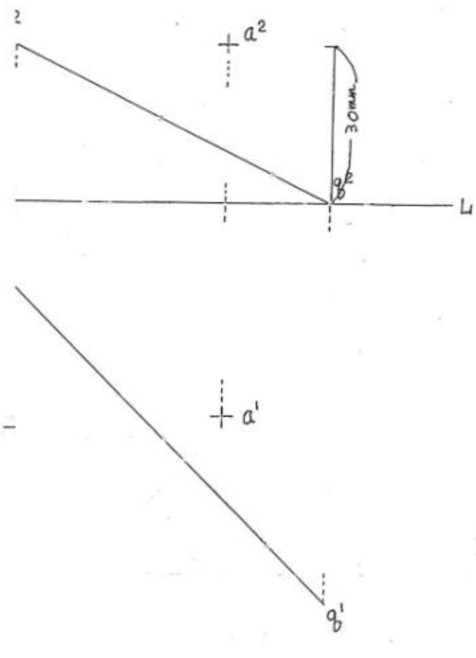
2）Ａを頂点とし，軸が水平投影面に直交，底円が水平投影面上にあり，底角がθの直円錐C_1の表現を求めよ。

3）Ａを頂点とし，軸が直立投影面に直交，母線長がC_1に等しく，底角がθの直円錐の表現を求めよ。

4）水平傾角，直立傾角が共にθである直線ＡＢの表現を求めよ。ただし，Ｂは水平投影面上にあり，４点ある。それぞれB_1，B_2，B_3，B_4とする。

5）四角錐$A-B_1B_2B_3B_4$と与直線ＰＱとの交点（Ｒ，Ｓとする）を求めよ。

6）三角形ＡＲＳの実形を求めよ。



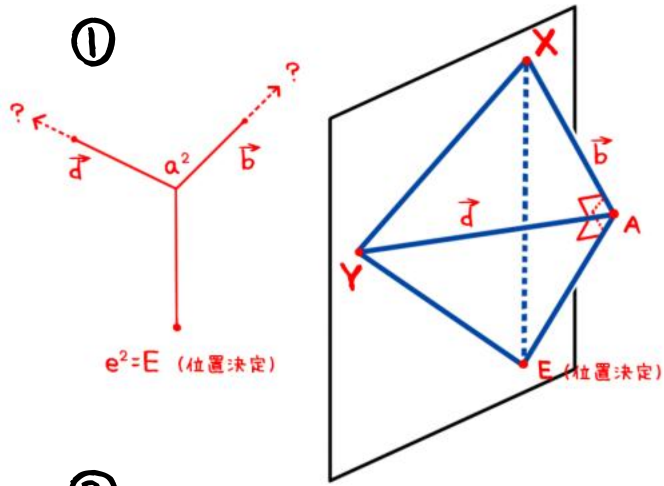
2．軸測投影（風正投影）

これは…お姉ちゃんがⅢ章で解説した軸測投影の…基本操作で3）まで一気に解ける………

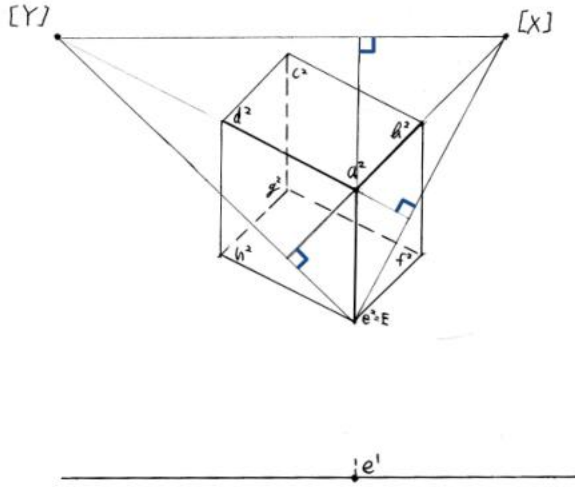
1）a²、a²b²・a²d²・a²e²方向が正しいと仮定して、直線AB、ADの直立跡点を求めよ．

点 E は投影面上にあるから…３つの三角形が投影面上に描く跡線が…決定できる…

３軸と３跡線の………それぞれの垂直関係については…お姉ちゃんがⅢ章で証明してる…から…そっちを参照…して．①②



② 2－1）解答



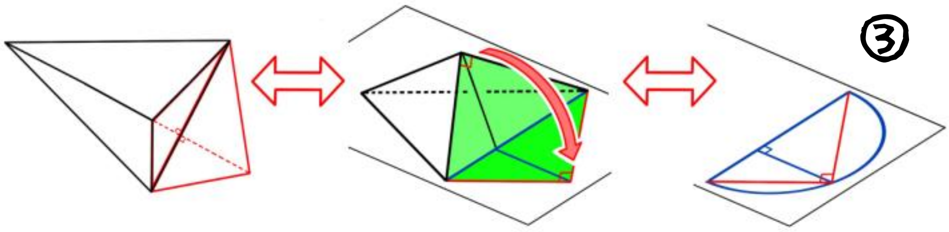
2）EX、EY、XYを軸として回転し、三角形AEX、AEY、AXYの実形を求めよ．

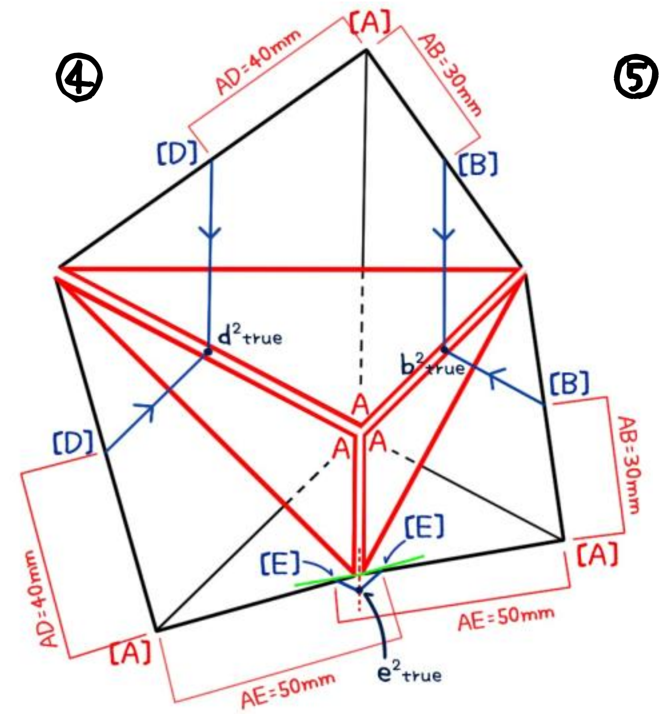
3）直方体のAB、AD、AEの長さがそれぞれ30ミリ、40ミリ、50ミリとして、正しい軸測図に修正せよ．

これも…お決まりの…作図．頂点が90°だから…コンパスを使ってラバット[A]の位置が決定できる…③

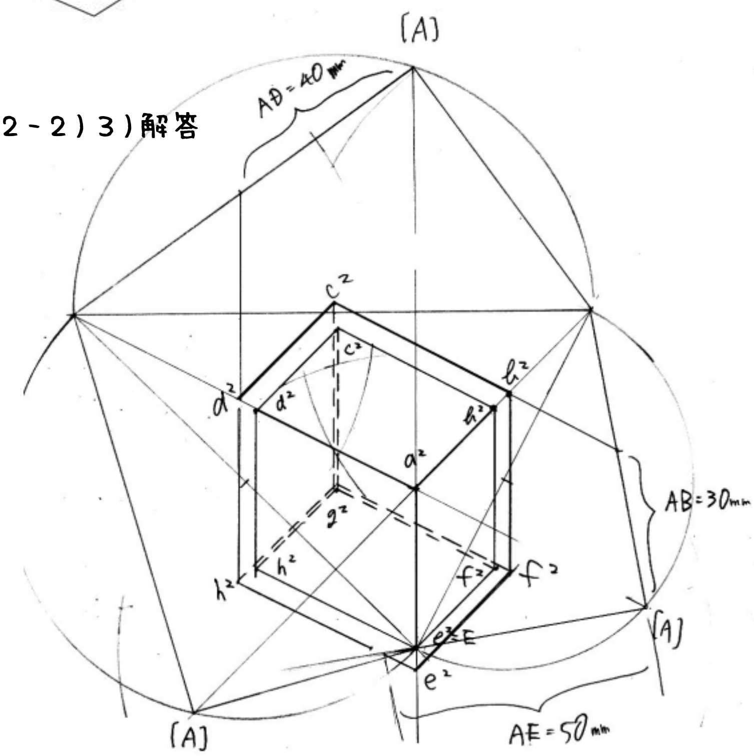
3）は、実形（実長）表現された辺の上に………指定された長さをとって…もとの線分に戻す…だけ．④⑤

[E]が投影面の裏にあるから………ちょっと[A][E]はとりにくくなってる………





⑤ 2－2）3）解答



4）修正した立体を AE を軸として 90° 回転した場合の軸測図を描け（２つ）.

これも…ちょっと考えれば………分かる．

90° 回転だから………a^2e^2 は変わらず………他の２軸も動かない（軸方向の反転はある）……

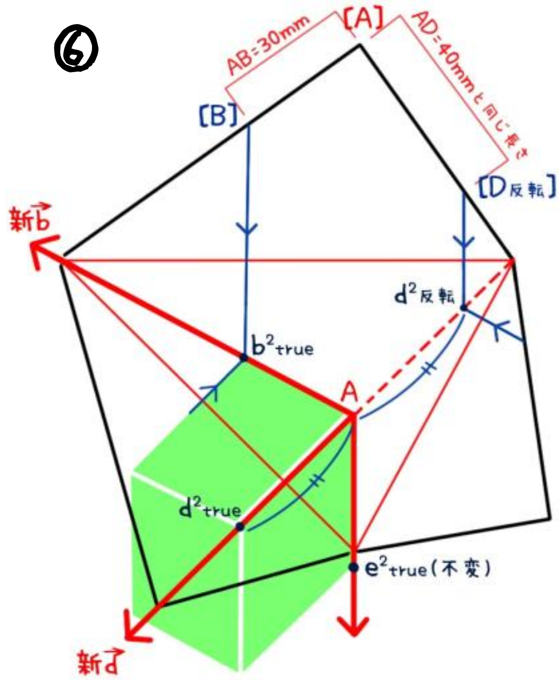
改めてそれぞれがどこに実長表現されるのかじっくり考える……AB（新 $\vec{b}$ 上）、AD（新 $\vec{d}$ 上）、AE（変化なし）.

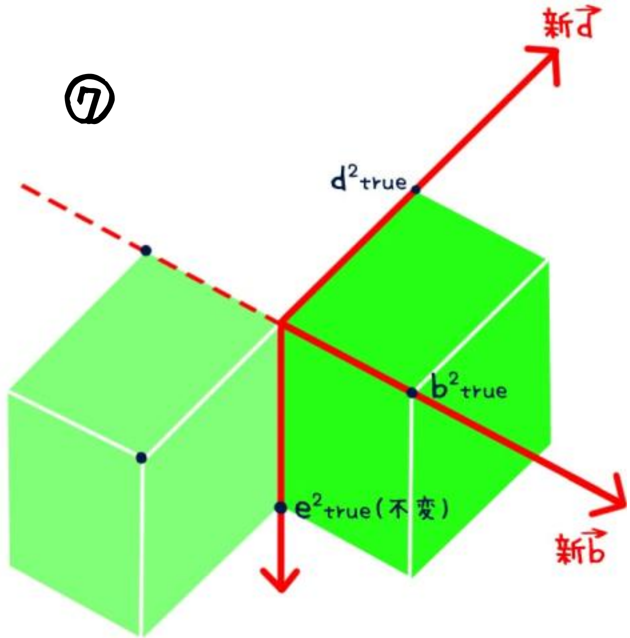
あとは３）と同じ操作をするだけ………⑥

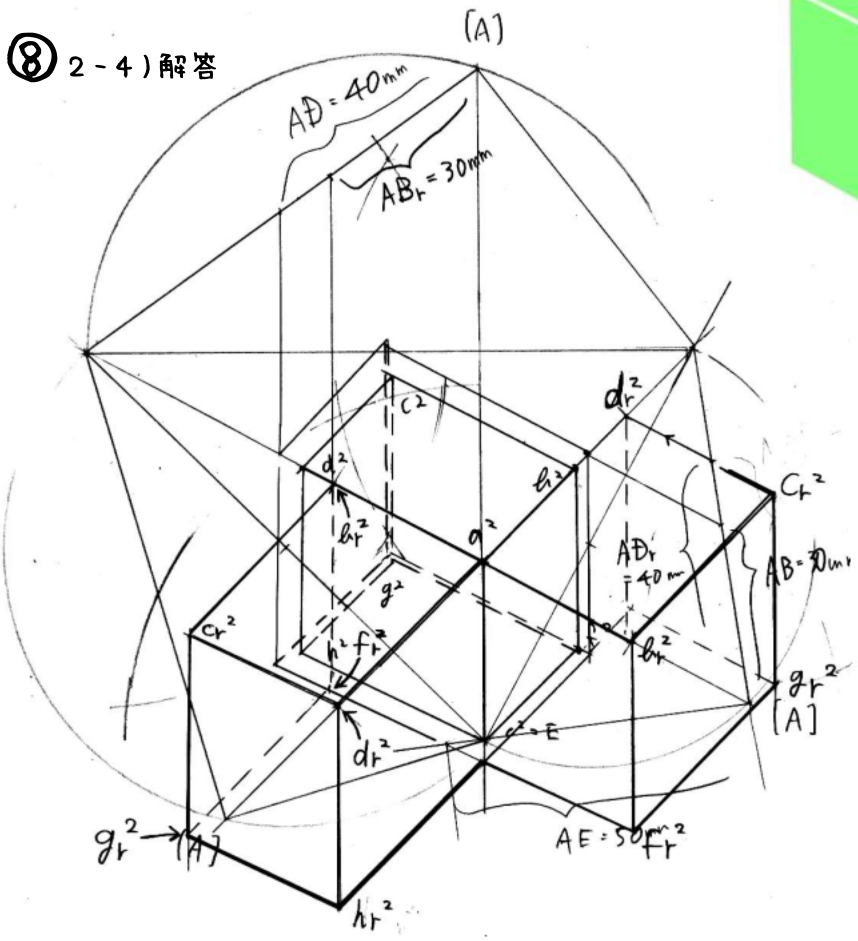
片方ができれば、他方は、………逆側に同じ直方体を描けばいい……… ±90° なのだから、答えの二つの直方体は、180° 回して一致する関係…当たり前…⑦

これで大問ひとつ完成………⑧あっけない………

大問の半分くらいが基本テクニックそのものってことが………よくあるみたい．…だから…Ⅱ章・Ⅲ章の「基本テクニック」、たいせつ………試験前にはもう一度、目、通しておいて…ね．







3．円錐～角錐～ラバット

………何とタイトルをつけようかすごく悩む…何がしたいのかイマイチ分からない大問……点取らせ…？

1）水平傾角 $\theta = \tan^{-1}(3/4)$ なる直線 AB の実長を求めよ．

2）頂点 A、軸が直立、底面が水平面上、底角 θ の円錐を作図せよ．

1）と 2）一気にいくよ．…というか………1）だけではすごく答えづらい…

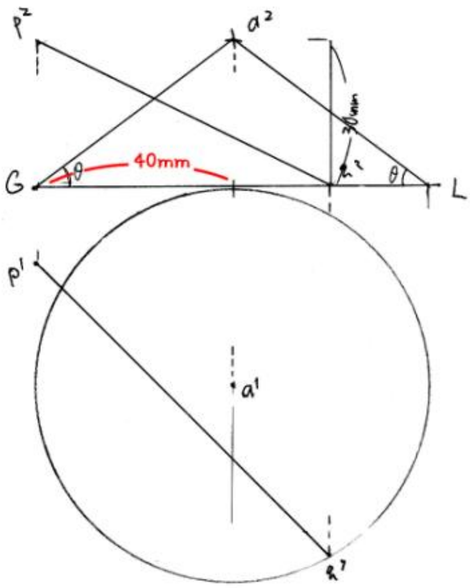
⇔ $\tan\theta = 3/4$ で、a^2 の高さが 30mm だから、結局、40mm をものさしで計ればいい……のだけど…それだけでは B は決められない．"実長を求め"るのだから、それが求めやすいような B を…自分で仮に定めればいい………のかな？

ぶ…ぶっちゃ…？けて言ってしまえば、…1）の答えになる"直線 AB"というのは、2）の答えになる円錐そのもの………なの．⑨

水平傾角（＝底角）が θ なる直線 AB の集合が…円錐を形作る（与点 A は固定）のね．頭の中で………イメージ…

a^2 の高さが 31mm なのは…気のせい．

⑨ 3－1）2）解答



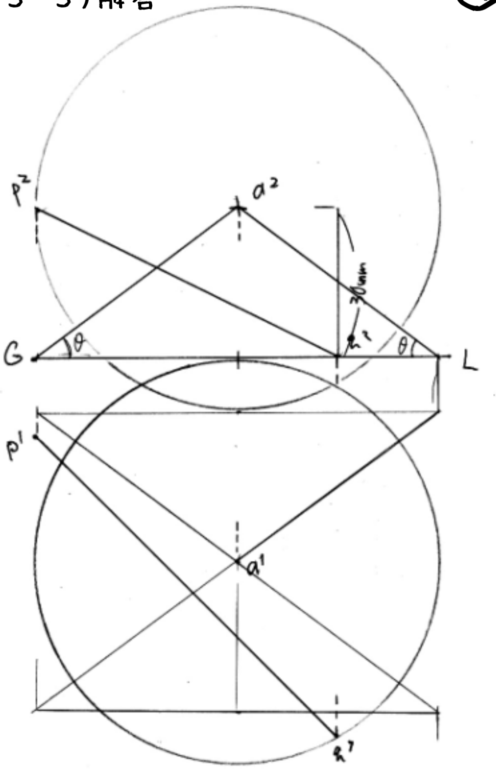
3）…略。

………こんなの…2）につっこめばいいのに…………平面図と立面図が逆な円錐を描くだけで…おしまい．忘れずにふたつ………⑩

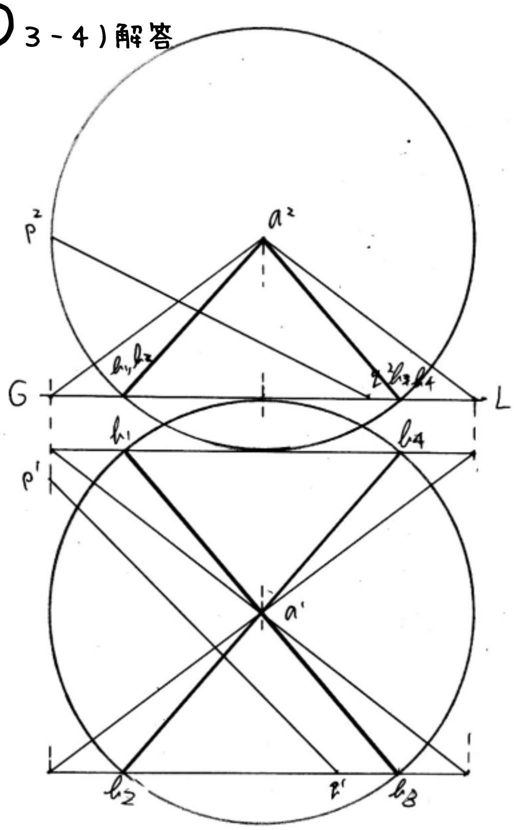
4）水平傾角、直立傾角が共に θ なる直線 AB を4つ求めよ．

さっき言った通り、"傾角が一定な直線"の集合が円錐になってる…から、傾角が共に θ …ということは、ふたつの円錐に同時に載っている直線ならば条件を満たす…よね．確かにこれは4つ………存在．⑪

⑩ 3－3）解答



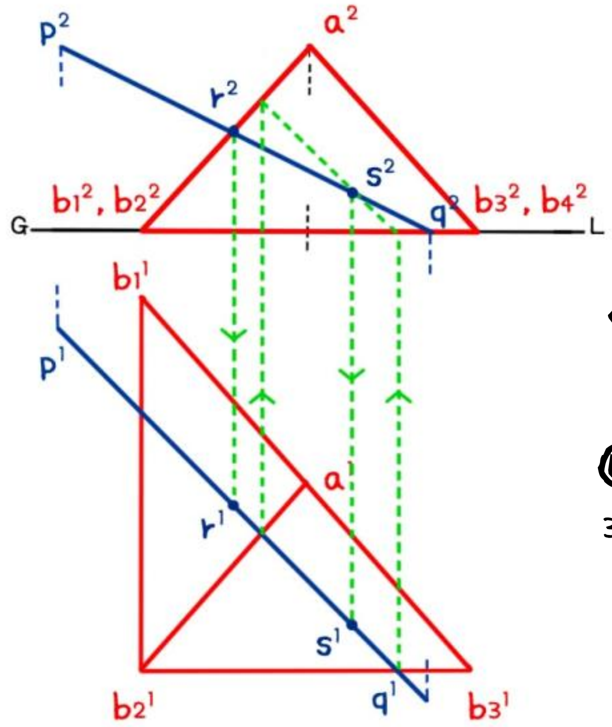
⑪ 3－4）解答



5）四角錐A-B1B2B3B4と直線PQの交点R、Sを求めよ．

…直線と平面の交点問題．…………………………以上．⑫⑬

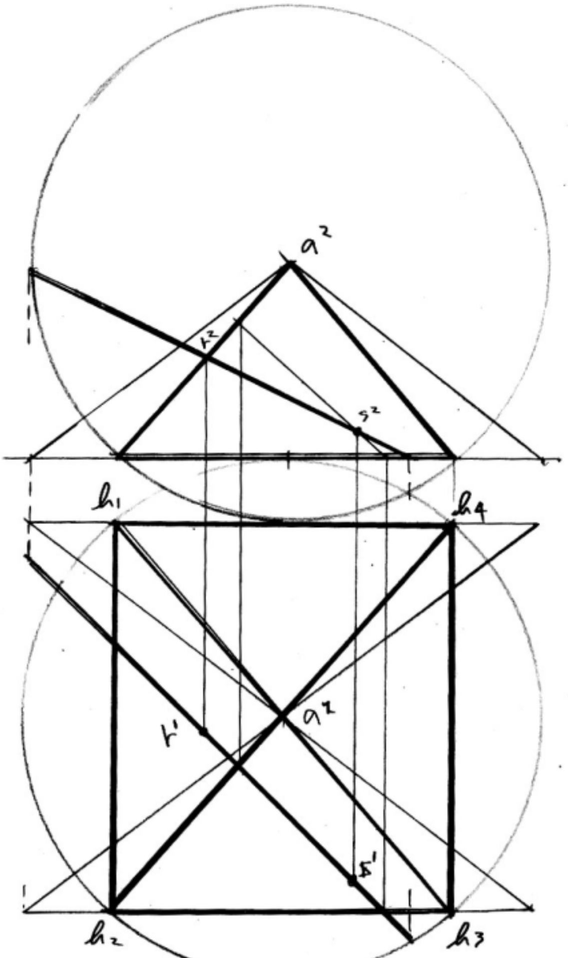
加藤教官の解答例は…注意．答え間違ってたから………



← ⑫

⑬ →

3－5）解答

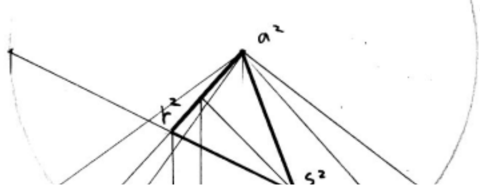


6）三角形ARSの実形を求めよ．

まずは…水平跡線を求める…けど……AR、ASの延長点＝跡点（α、βと…おく）は角錐の底辺上(四角形B1B2B3B4上)に…くるからカンタンなの．AR、ASは角錐の表面に載ってい

真姫ぃぃぃぃぃ～～～～～～～～～～～～～～～！！！

あ………お姉ちゃん………



なぁんで先に始めちゃってるんですかぁぁあああ～～～！

遅刻するから待っててねって言っておいたじゃなぁぁぁあああい！！！

ご………ごめん………なさい…

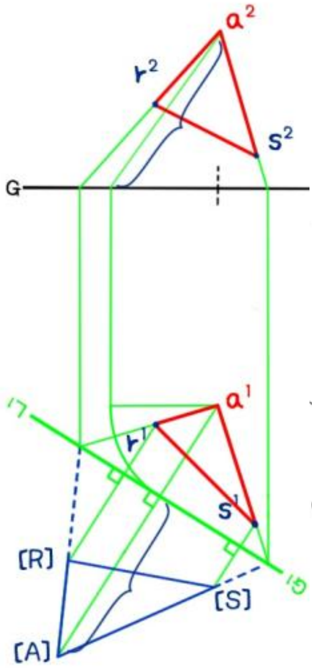
ご主人様ぁ！真姫が！真姫がグレちゃいましたぁぁぁ！

お…お姉ちゃん…問題が残ってるから…解説を先に……

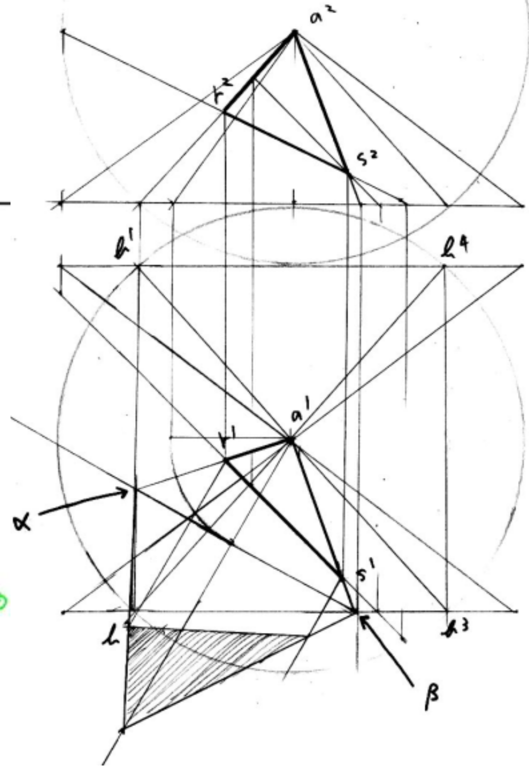
6）三角形ＡＲＳの実形を求めよ．（雪名）

あとは三角形 ARS を基本通りラバットする
だけですね．⑭⑮

⑭



⑮ 3－6）解答（もっかい）



えっ

私これだけですかッ!?「ラバットするだけですね」
ってそれで終わりですかッッ!?
ちょっと真姫解説こなすのは……速…！
でもひどいですよ真姫！
真姫がどうしてもご主人様に会いたいって言うか

図形科学………もう少し…続きます．
今週も………おつかれさま…
お……お………お兄…ちゃん．

えっちょっと真姫
私まだご主人様とほとんど
お話ししてないのに！

聴いてたもの．
「美しければそれでいい」
「夜明け生まれ来る少女」
「being」

製作（本章戦犯） RAG
製作指揮 YK

あな、信じようぞ。

我(わ)とて、神に誓いて、他に想い人など在りんせん。

きみこそ、真(まこと)の姫なりて。

萌える図形科学　最終第X章 Extra

第一般　なし

version β　2006/10/28

この章では、05、06年度の期末試験問題に関する証明を解説することにいたします．

問題を解く上で、原理の理解が必ずしも必要なわけではないですが、06年度の大問２は、ほとんどがこの定理の導出そのものでした．特に円錐の断面については、やっぱり、知っておいた方がよろしいかと思います．

06年度の過去問は問題を手に入れたら、作るつもり…です……さて困りました．

1．直円錐の断面

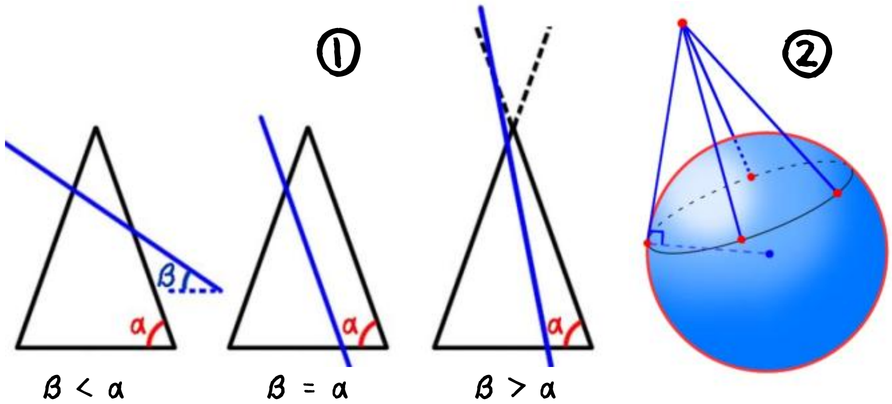
平面で直円錐をバッサリ切ってみましょう．

このとき、平面の角度によって断面の二次曲線が変わります．切断平面の水平傾角をβとして

1）β＜αのとき　…　楕円

2）β＝αのとき　…　放物線

3）β＞αのとき　…　双曲線

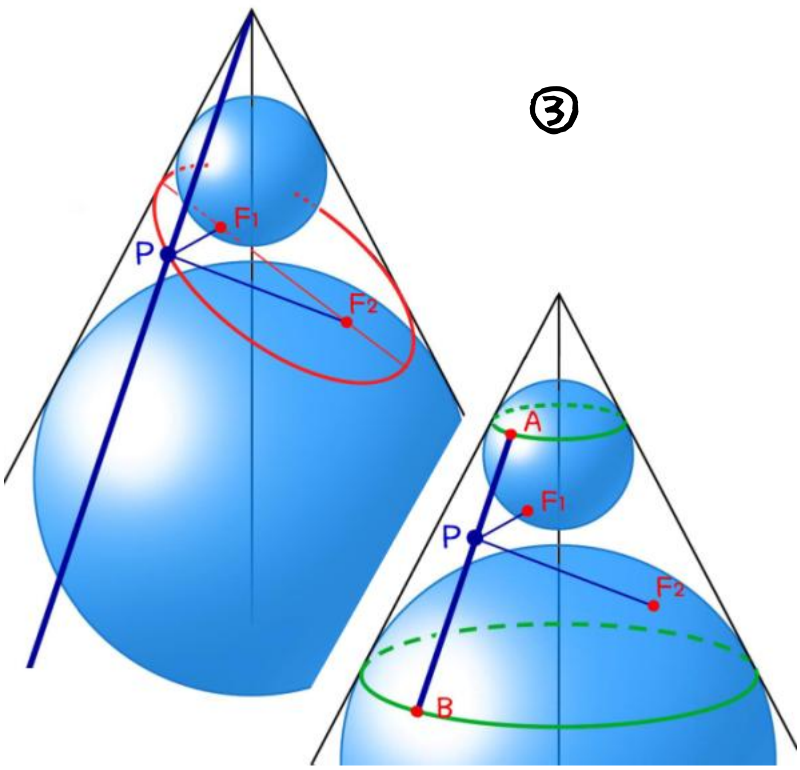


1）β＜αのとき

平面･円錐両方に接する球を考えてみましょう．これは必ず２つ存在しますね．切断平面と２つの球のそれぞれの交点をF_1、F_2とします．これらが焦点です．

楕円である ⇔ 曲線上の任意点Pに対して $PF_1 + PF_2$ = Const であるので、これを証明しますです．

〇の図を見れば明らかですが、"球外の点からの接線の長さは一定"により、〇PF_1 = PA、PF_2 = PB なので、容易に $PF_1 + PF_2$ = AB = Const.（円錐と２内接球を決めれば一意）が示され、この曲線が楕円であると分かります．

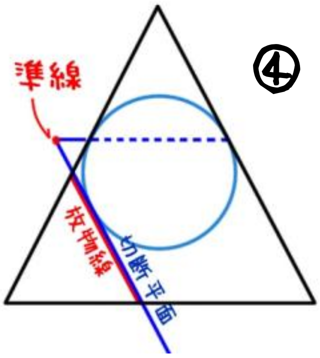


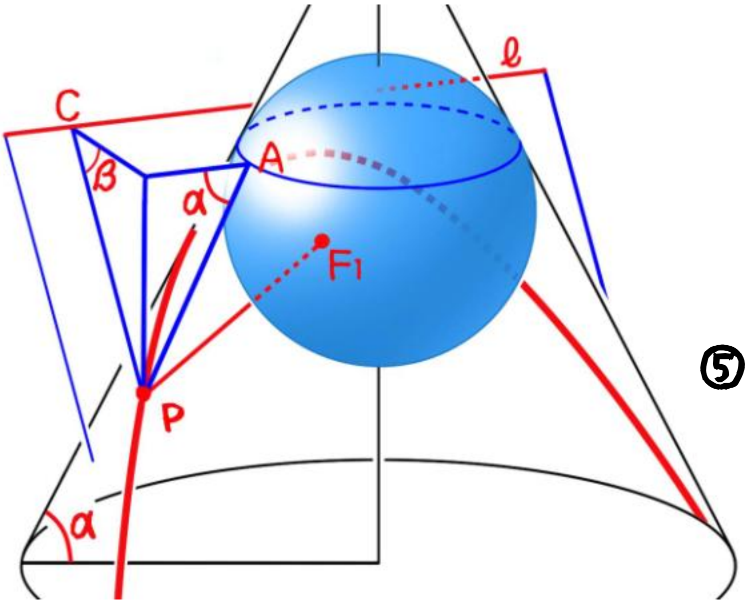
2）$\beta=\alpha$のとき

断面図形は放物線となります．放物線の図形的定義は″焦点からの距離＝準線からの距離″ですね．

まず1）と同様に$PF_1=PA$が成り立ち、さらに$\angle C=\beta$、錯角より$\angle A=\alpha$、ここで仮定より$\angle C=\angle A$．よって$PF_1(=PA)=PC$がいえるので、任意の点Pに対して″焦点からの距離＝準線からの距離″であり、この曲線が放物線であることが示されます．

″切断平面と、球の接触円を含む平面の交線″が準線 l になることを知らなければ自分で証明することは難しいかと……

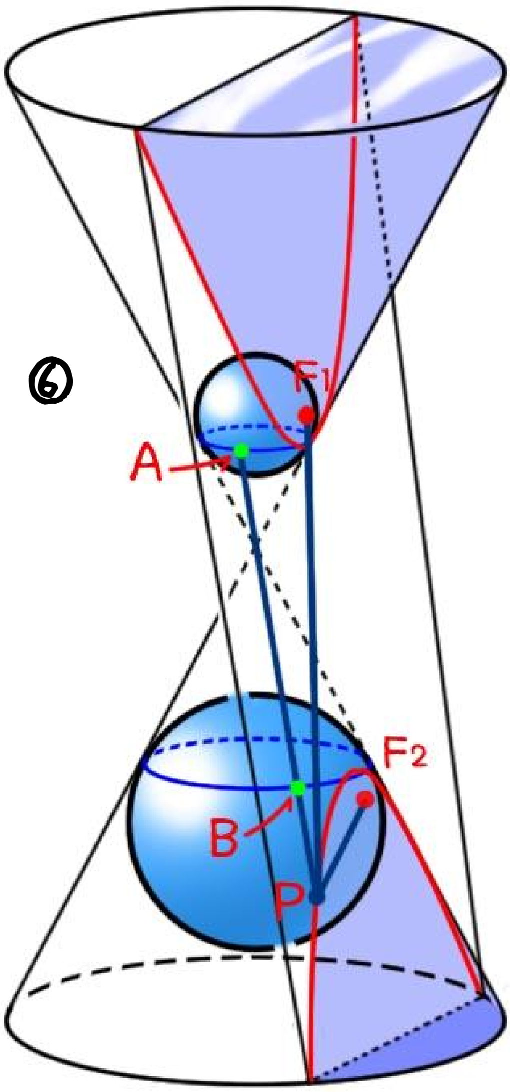




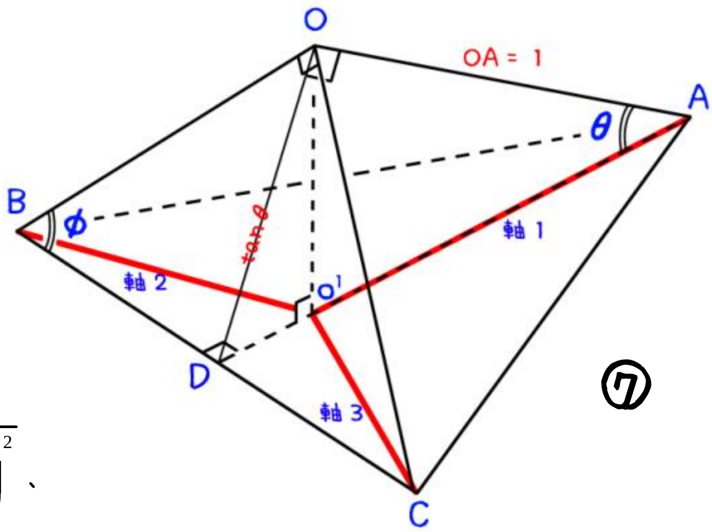
3）$\beta>\alpha$のとき

で、最後ですが、$\beta>\alpha$のときも内接球は必ず2つ存在します．

曲線上任意の点Pに対して、今までと全く同様に$PF_1=PA$、$PF_2=PB$が成り立つので、$PF_1-PF_2(=PA-PB)=AB=Const.$が示され、″任意の点Pに対して、焦点からの距離の差が一定″と分かり、この曲線は双曲線です．



2. 軸測投影



さて、⑦のように θ、φ を設定して考察することにします。この２変数で３軸を指定できます。

また、簡単のためどこか一辺を長さ１にしても一般性を失いません。OA＝1とします。

次に $OB\sin\phi$ = $\tan\theta$ より $OB=\dfrac{\tan\theta}{\sin\phi}$、

$$o^1B=\sqrt{(BD)^2+(o^1D)^2}=\sqrt{(OB\cos\phi)^2+\left(\frac{1}{\cos\theta}-\cos\theta\right)^2}、$$

$$OC=\frac{\tan\theta}{\sin(90^\circ-\phi)}=\frac{\tan\theta}{\cos\phi}、\quad o^1C=\sqrt{(OC\sin\phi)^2+\left(\frac{1}{\cos\theta}-\cos\theta\right)^2}$$ 以上から、

$$\varepsilon_1=\cos\theta \qquad \varepsilon_2=\frac{\sqrt{\left(\frac{\tan\theta}{\sin\phi}\cos\phi\right)^2+\left(\frac{1}{\cos\theta}-\cos\theta\right)^2}}{\frac{\tan\theta}{\sin\phi}} \qquad \varepsilon_2=\frac{\sqrt{\left(\frac{\tan\theta}{\cos\phi}\sin\phi\right)^2+\left(\frac{1}{\cos\theta}-\cos\theta\right)^2}}{\frac{\tan\theta}{\cos\phi}}$$

$$\therefore \varepsilon_1{}^2+\varepsilon_2{}^2+\varepsilon_3{}^2$$

$$=\cos^2\theta+\frac{\sin^2\phi}{\tan^2\theta}\left(\frac{\tan^2\theta\cos^2\phi}{\sin^2\phi}+\cos^2\theta+\frac{1}{\cos^2\theta}-2\right)+\frac{\cos^2\phi}{\tan^2\theta}\left(\frac{\tan^2\theta\sin^2\phi}{\cos^2\phi}+\cos^2\theta+\frac{1}{\cos^2\theta}-2\right)$$

$$=\cos^2\theta+(\cos^2\phi+\sin^2\phi)+\frac{\cos^4\theta}{\sin^2\theta}(\cos^2\phi+\sin^2\phi)+\frac{1}{\sin^2\theta}(\cos^2\phi+\sin^2\phi)-\frac{2}{\tan^2\theta}(\cos^2\phi+\sin^2\phi)$$

$$=\cos^2\theta+1+\frac{1}{\sin^2\theta}(\cos^4\theta-2\cos^2\theta+1)$$

$$=\cos^2\theta+1+\frac{1}{\sin^2\theta}(1-\cos^2\theta)^2$$

$$=\cos^2\theta+1+\frac{\sin^4\theta}{\sin^2\theta}$$

$= 2.$

おもしろくもなんともないかもしれませんが、確かに縮率の二乗の和は２になることが分かりました。加藤教官曰く「余弦定理で証明できる」とのことですが私には分かりませんでした……

図形科学についてはひとまずここで終わります。
お疲れ様でしたご主人様！
至らない点も多かったと思いますがこれからもまじめに頑張…　……ってシケプリメイデンはまだまだ続くのでした…
というわけなので、これからもよろしくお願いしますでっ！

聴いてたもの．
秋のうた．

製作　RAG