数学Ⅰ(社会科学)

教官　戸瀬信之(鬼？)

本シケプリ作成担当　だいやくん☃

　　注意：数学で得点(特に優)を取るには慣れが大切である。試験が近付いてきたら腕力(計算力)を鍛えておこう*！*

　　注意：得点に直結しない事項(“写像”の意味、微分係数の定義、微分の証明など)、授業で扱わなかった事柄(逆関数の微分、など)は割愛した。

　　注意：コアテキストには間違っているとこがたまにあるので…　p16の青いとことか

～このシケプリの表記について～

　　　二重下線は相当暇ならやってもいいかな

緑は余裕があれば覚える程度

　　　赤は暗記するレベル

　　と思ってみたら笑

目次

　　１．漸化式

　　２．極限

　　３．微分法

　　４．積分法

　参考)どこにいれていいかわからなかったが授業中に扱った公式

　　　nCk = n-1Cｋ-1

　　　　=　 ―

1. 漸化式

結局授業で扱った重要なものは１つだけでしたね

そう　　+P+Q=0 型

特性方程式の解をα、β(∈ℝ)とすると

　α≠β⇒=Ａ+Ｂ　　(Ａ，Ｂは初期条件により定まる)

　α＝β⇒=Ａ+Ｂｎ (Ａ，Ｂは初期条件により定まる)

そんでもって　　α、β(∈ℂ)の時

　=Ａ+Ｂ　は成立する

〔ここからちょっと複素数の話

　　　　一般に複素数C＝a＋biは　R＝

 ＝

　　　　　　　　　　　　　　　　 sinθ＝

　　　　として　　　 C＝R(+i)　と表せる(極表示)

　　　　どうしてこんなことをやるかっていうと極表示だと

　　　　＝(＋i)ってあらわされるからさ(ドモアブルの定理)

　　　　まあ一般にはＤ＝Ｓとすると

　　　　Ｃ×Ｄ＝Ｒ×Ｓが成立するんだけどね〕

　教科書では　をα、βでなくR、sinθやsinｎθなどを用いてあらわれていたから暇ならやってみて　　　　　　　　　　　→　Ans:p16演習１－６

２．極限

　　　　－１＜r<1⇒　→０　(k:定数)(n→∞)←この証明は暇ならやろう*！*

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　Hint:二項定理,はさみうちの原理

　　→　１　(X→１)

　　　　 →　１　(h→０)

　　　　→ (X→∞)

　　　　→ e　(X→∞)　　(真上のやつでＡ→１としたもの)

　　　　 →　１　(x→０)

３．微分法

　①記憶しなければならないもの

　　　　　　　被微分関数　　　　導関数

　　　Ⅰ　　　　　　　　　　ｎ (ｎは**有利数**)←自然数じゃなくてもいいよ

Ⅱ

 Ⅲ　　　　 loga

 Ⅳ　 　　　 (Ⅲにおいてa→eとしたもの)

 Ⅴ

 Ⅵ －

 Ⅶ

 Ⅷ －

 ②微分のテクニック

　　　Ⅰ　　　積の微分：ｙ＝ｇ(ｘ)ｈ(ｘ)の時に使用

　　　　　　　　　y’=g’(x)h(x)+g(x)h’(x)

　　Ⅱ　　　商の微分：ｙ＝の時に使用

 y’=

　　　　　　　　特にh(x)＝１の時の y=

　　　　　　　　y’= － 　　　　　　は記憶に値する

　　　Ⅲ　　　合成関数の微分：y=g(h(x))の時に使用

　　　　　　　　　y’=g’(h(x))h’(x)

　　③増減表の書き方

　　　f’>0⇒単調増加

　　　f’<0⇒単調減少

　　　f’’>0⇒下に凸

　　　f’’<0⇒上に凸

　　④テイラー展開

　　　まずはテイラーの定理から(部分積分で教科書より楽に証明できるんだけど…)

f(ｘ)＝f(a)+f’(a)(x－a)＋＋…＋ +

 　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　 (θはaとxの間に存在 )

　　　次にテイラー展開になるけどこれはテイラーの定理において

 →０(n→∞) の時に成立し

　　　　　f(ｘ)＝f(a)+f’(a)(x－a)＋＋…

　　　という無限次の多項式で表わされるっていうもののこと

　　　ちなみにマクローリン展開っていうのはテイラー展開のa ＝０の時のことですので

 　　　　〔これであのわけがわからなかっただろう公式

　　　　　　　　＝＋i

　　　　　　　　が理解できますよね　Hint:,のテイラー展開 〕

　　⑤偏微分

　　　偏微分とはz=f(x,y)つまり二変数関数 (曲面の方程式) において、一方の変数＝一定とみなしもう一方の変数で微分すること

　　　それによって導出される２つの関数()のことを偏導関数という

　　　そしてその二つの‘偏導関数＝０’を連立して得られる点の座標を停留点とよぶ

　　　また偏微分(a,b)の幾何学的意味は

　　　曲面z=f(x,y)上の点(a,b,f(a,b))におけるx軸方向の傾きである

　　　Ⅰ　方向微分

　　　　　曲面z=f(x,y)上の点(a,b,f(a,b))における = 方向の傾きを求めること

zが(a,b)において全微分可能なら以下のように求めることができる

　　　　　(a,b)=(a,b)α＋(a,b)β　(授業ではzが(a,b)において全微分可能なものしか扱っていない)

　　　　〔また曲面の定義域を、点(a,b)を通り = なる直線に限定する方法も有名

　　　　　z=f(x,y)において新たなパラメタtを用いx=a+αt ,y=b+βt として

　　　　　zに代入して求まる(０)が求めるべき(a,b)に等しい（この方法は全微分可能でなくてもok）〕

　　 Ⅱ　接平面

　　　　　曲面z=f(x,y)上の点(a,b,f(a,b))においてzに接する平面を求めること(z上の点(a,b,f(a,b))における１次近似を求めること)

　　　　　z=f(x,y)が点(a,b,f(a,b))において全微分可能な時においてのみ存在し以下のように求められる

　　　　　接平面の方程式：z= f(a,b)+(a,b)(x－a)+(a,b)(ｙ－b)

 Ⅲ　勾配ベクトル　(あまり重要ではない)

　　　　　曲面z=f(x,y)においてベクトル()を点(a,b,f(a,b))における勾配ベクトルという、これは点(a,b,f(a,b))において勾配ベクトル方向が、接平面が最も傾いていることに由来する

　　 Ⅳ　陰関数の接線

陰関数とは大雑把にいうとf(x,y)=0でy=やx=と表しにくいもののこと

　　　　　これじゃ陰関数は関数上の点(a,b)における接線をもとめられな～い

　　　　　ってなるけど実は

　　　　　z=f(x,y)とあえて曲面(この曲面と平面z=0の共通部分こそ陰関数f(x,y)=0)にして接平面を求めて、その接平面とz=0の共通部分を求める(f(a,b)＝０に注意)、これこそ求めたかった陰関数の接線に他ならない

　　　　　陰関数の接線の方程式：(a,b)(x－a)+(a,b)(ｙ－b)＝０

　　 Ⅴ　全微分可能

　　　　　すべての方向に微分可能ってこと

　　　　　定義　　f(x,y)が(a,b)で全微分可能とは

　 ＝０が成立すること

　　　Ⅵ　合成関数の偏微分

　　　　　z=f(x,y)かつx=g(t) y=h(t)の時　　　　 = +

 z=f(x,y)かつx=g(s,t) y=h(s,t)の時　　 = +

　　　Ⅶ　極値

　　　　　停留点を求めることはサルでもできる、そこで

二変数関数の極大極小を求めたい

1. 停留点を求める

これは極値∈停留点だから停留点を求めることで極値の候補となる点を探す作業である

〔２〕〔１〕で求めた点の二階偏微分を求める

　　　　　このとき,,,の４種類がもとまるよね、ここで授業では = となるものしか扱っていない、ってか扱わないはず

　　　　　〔３〕－＞０かつ⇒極小

　　　　　　　　－＞０かつ⇒極大

　　　　　　　　－＜０　　⇒鞍点

　　　　　　　　－＝０　　⇒二階微分だけでは判定不能

　　　Ⅷ　ラグランジュの未定乗数法：のもとで停留点を求める

　　　　　停留点の求め方：連立方程式 (tは定数)を解くだけ

４．積分法

　　①記憶しなければいけないもの

　　　　　被積分関数　　　　　　求める関数(不定積分の時は積分定数を忘れないで)

　　　Ⅰ

 Ⅱ

 Ⅲ

 Ⅳ

 Ⅴ　　　　　　　　　－

 Ⅵ

　　　Ⅶ

 ②部分積分：f(x)×g(x)を積分する方法

 Ｇ(x)の微分をg(x)　として

　　　 = －dx

　　　ここでg(x)とf(x)は自分で決めることができる

　　　よって微分しやすいものをf(x)積分しやすいものをg(x)とするとよい

　　　〔これで

　　　　１×　とみなして、微分しやすいのは〕

　　　　　↑(というか

③置換積分：f(g(x))を積分する方法

　　　g(x)=tとおいて積分変数を変えるといいんだね

　　　ここで注意するのはdx→h(x)dtにするのをわすれないでね

　　　Ex) 2dt=　　＜＞ ()

　　　　　　　　　 =e－1

これでおしまい

おりこうおりこう、あとは演習あるのみ