1.(a) 導体の表面に電子は分布するが、導体内は等電位になるので表面に一様に分布する。この対称性から電場も球対称になる。よって導体球の作る電場は、球の中心からの距離 r にのみ依存する。

導体内では電場 $E(r)$ は存在しないので、
$r \geq a$ のとき、ガウスの法則より、

$$\int_{S_0} E(r)dS = 4\pi r^2 \cdot E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

よって

$$E(r) = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r \geq a) \\ 0 & (r < a) \end{cases}$$

(b) 導体球殻においても、電荷 $-Q$ は一様に分布する。

(c) 導体球殻の外側の電場は、中心に点電荷があるときと同じであるが、点電荷は $Q + (-Q) = 0$ であるので、外側に電場は存在しない。
また導体球殻は内側に電場を作らないので

$$E(r) = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (a \leq r \leq b) \\ 0 & (r < a,\ b < r) \end{cases}$$

(d) 基準点は無限遠なので、$r > b$ では電場が存在しないことから
$\phi(r) = 0$
$a \leq r \leq b$ のとき

$$\phi(r) = -\int_{\infty}^{r} E(r)dr = -\int_{b}^{r} E(r)dr - \int_{\infty}^{b} E(r)dr$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)$$

導体内では電位が一定なので

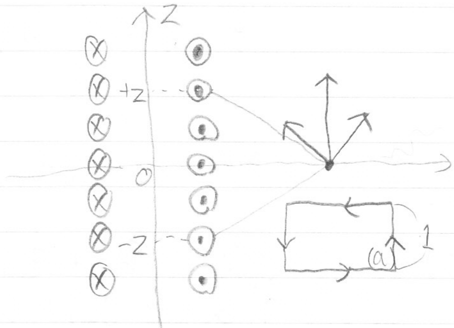
$$\phi(r) = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right) & (r < a) \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{b}\right) & (a \leq r \leq b) \\ 0 & (r > b) \end{cases}$$

グラフ省略

(e) $U=\frac{1}{2}QV$ より $U=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

(f) $C=\frac{Q}{V}$ より $C=\frac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$

(g) 分母を小さくすれば電気容量は大きくなるので
導体球殻の半径をaに近づける。



2.(a) 右図の様にz軸を定め、z=0の面での
磁場を考えても一般性を失わない(端の
効果を無視できるから)
±zの位置のコイルが作る磁場のベクトル
を合成すると、z方向以外の磁場がなくな
ることがわかる。
右図のような閉曲線(α)を考えると、z軸に
垂直な成分に対しては $d\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{B}=0$ なので

$$\int d\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{B}=\left(B_z^{(右)}-B_z^{(左)}\right)=0 \text{ より } B_z^{(右)}=B_z^{(左)}$$

閉曲線を平行移動しても同じ結果がえられ、
ビオ・サバールの法則より無限遠での磁場は0なので
コイルの外部では磁場はゼロになる。

(b) 右上図における −z方向

(c) コイルの間に閉曲面を考えると、(a)と同様にして
内部の位置に依存しないことがわかる。

(d) コイルをまたぐように閉曲線を考えると、外部での磁場はゼロなので

$$\int d\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{B}=lB_z=\mu_0 l n I$$

よって $B_z=\mu_0 n I$

(e) $ln\Phi = ln\int_S B_z dS = LI$ より

$$ln\int_S B_z dS = \pi a^2 \cdot \mu_0 ln^2 I = LI$$

よって自己インダクタンスLは

$$L = \pi a^2 \mu_0 l n^2$$

(f) $\phi = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$ より

$$I = -\frac{1}{L}\int V_0 \cos\omega t\, dt$$

$$= \frac{V_0}{L\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

よって電流の大きさは自己インダクタンスと角速度に反比例し、電流の位相は電圧より$\frac{\pi}{2}$遅れる。

3.(a) (1) 電場は電荷があるところでしか影響を受けない。

(2) 磁場の時間変化があれば電場は生じる。

(3) 磁力線は閉曲線でなければならない。磁場には源がない。

(4) 電場の時間変化と電流により磁場が生じる。

(b) (2) コイルに磁石を近づけると電流が流れる。

4.(a) $\mathbb{E}(x) = -\mathrm{grad}\,\phi(x)$

(b) 導体は外部の電場を遮蔽する。導体内部は外部の電場の影響を受けない。

(c) $\Delta\mathbb{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\Delta s \times r}{r^3} = \frac{\mu_0 I \Delta S \sin\theta}{4\pi r^2}$

(d) 2つの平行な電流が存在するときにそれらの間に生じる力。