数学Ⅰ中間試験対策まとめ

目次

1.問題解説

2.公式集

3.その他補足

ちなみに、3.は本当に数学・物理が苦手な人向けです。そのため、できる人は見ないことをお勧めします。

いらいらすると思うので…

No.

DATE

試験対策① 分かりにくい問題の解説

演習問題第1回，問9 ☐ とします.

(1)，(2)は省略します。二項定理と約分でなんとかなるので。

(3) (i) nが自然数であることから，明らかに

$1-\frac{1}{n}, 1-\frac{2}{n}, \cdots, 1-\frac{k-1}{n}$ は 1より小さい数である。

（xを正の数とすると $1-(1-\frac{x}{n})=\frac{x}{n}>0$ となる為1の方が大きい）

よって，$\frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{k-1}{n}\right)<\frac{1}{k!}\cdot\underbrace{1\cdot1\cdots1}_{(k-1)コ}=\frac{1}{k!}$ □

(ii) (i)より，$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<1+1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{5!}+\cdots+\frac{1}{n!}$

$<1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots+\frac{1}{2^n}$ （問5より，$k!>2^k \Leftrightarrow \frac{1}{2^k}>\frac{1}{k!}$

$=1+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2^{k-1}}$

$=1+\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}$

$=1+2-\left(\frac{1}{2}\right)^n<3$ $\qquad \therefore \left(1+\frac{1}{n}\right)^n<3$ //

(4) $n<x\leq n+1$ であるnをおく。このとき，少なくとも

$n+1\geq x>n$ より $\frac{1}{n+1}\leq\frac{1}{x}<\frac{1}{n}$，

$1<1+\frac{1}{n+1}\leq1+\frac{1}{x}<1+\frac{1}{n}$．よって

$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^n<\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^x<\left(1+\frac{1}{x}\right)^x<\left(1+\frac{1}{x}\right)^{n+1}<\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$

$\Leftrightarrow \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^n<\left(1+\frac{1}{x}\right)^x<\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$ が成り立つ.

このとき，左辺に着目すると，

$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^n=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}\cdot\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{-1}$

$n\to\infty$ のとき $\frac{1}{n+1}\to0$．したがって $\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{-1}\to(1+0)^{-1}=1$ …①

①より $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^n=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}=e$

同様に，右辺に着目すると

$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\left(1+\frac{1}{n}\right)=e\cdot1=e$

よって，$n\to\infty$ のとき $x\to\infty$，$n+1\to\infty$ であることから

$e<\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x<e$ $\qquad \therefore \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$ □

No.

DATE

(5) $h>0$ とし、$e^h = 1+x^{-1}$ とおく。また、底を表記しない対数は自然対数として扱う。

このとき $\log e^h = h$ より $h = \log(1+x^{-1})$.

よって

$$\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{x^{-1}}{\log(1+x^{-1})} = \lim_{h\to 0}\frac{1}{x\log(1+x^{-1})}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{1}{\log(1+x^{-1})^x}$$

また、$h\to 0$ のとき $e^h \to 1$. したがって $1+\frac{1}{x}\to 1$,

$\frac{1}{x}\to 0$, $x\to\infty$ が成り立つ。よって

$$\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h} = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{\log(1+\frac{1}{x})^x} = \frac{1}{\log e} = 1 \quad \square$$

No.

DATE

第3回、問2 $\boxed{2}$ とします。

(1), (2), (3) は省略（$\boxed{1}$ で似たようなことやってるので。）

(4)

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1+1+\frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{3!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)+\cdots+\frac{1}{n!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{n-1}{n}\right)$$

となる。これを利用して a_n と a_{n+1} の，それぞれ第k項を比較すると ($k=2,3,\cdots,n$)

$$a_n : \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{k-1}{n}\right)$$

$\wedge \quad \wedge \quad \wedge$ ← $1-\frac{2}{n} < 1-\frac{2}{n+1}$ より左のように示すことができる。

$$a_{n+1} : \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\left(1-\frac{2}{n+1}\right)\cdots\left(1-\frac{k-1}{n+1}\right)$$

よって（a_n の第k項）<（a_{n+1} の第k項）となる。また，a_{n+1} の $(n+1)$ 項目は明らかに正。

∴ $a_n < a_{n+1}$, $\{a_n\}$ は単調増加 □

(5) 提示された定理Aの条件のうち，

A-1： $a_1 \le a_2 \le \cdots$ は (4) で。

A-2： $a_n < R$ が任意の n に対し成り立つは $\boxed{1}$ (3) で示しています。よって省略。

(6) $1-\left(\sum_{i=1}^{n} s_i\right) < (1-s_1)(1-s_2)\cdots(1-s_n)$ …① より，a_n の $(k+2)$ 項目までを考えると

$$a_n > 1+1+\frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{n}\right)+\cdots+\frac{1}{(k+1)!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{k}{n}\right)$$

$$> 1+1+\frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{3!}\left(1-\frac{3}{n}\right)+\cdots+\frac{1}{(k+1)!}\left(1-\frac{\frac{1}{2}k(k+1)}{n}\right)$$

$$= \underbrace{1+1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots+\frac{1}{(k+1)!}}_{T\text{とおく}} - \left(\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\cdots+\frac{1}{2n}\cdot\frac{k(k+1)}{(k+1)!}\right)$$

$$= T - \left(\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\cdots+\frac{1}{2n}\cdot\frac{1}{(k-1)!}\right)$$

$x! \ge 1$ より $\frac{1}{x!} \le 1$ ($x=1,2,\cdots,k-1$) であることから

$$> T - \underbrace{\left(\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\cdots+\frac{1}{2n}\right)}_{k\text{コ}}$$

$$= 1+1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots+\frac{1}{(k+1)!}-\frac{k}{2n} \quad □$$

(7) $n = \frac{(k+1)!k}{2}$ とおくと，(6)より

$$a_n > 1+1+\cdots+\frac{1}{(k+1)!} - \frac{\cancel{k}}{\cancel{2}\cdot\frac{(k+1)!\cancel{k}}{\cancel{2}}}$$

$$= 1+1+\cdots+\frac{1}{k!} + \cancel{\frac{1}{(k+1)!}} - \cancel{\frac{1}{(k+1)!}}$$

$$= b_k$$

(8) (2)より$\{b_n\}$は収束する．(B-1)

(3)より $a_n < b_n$である．(B-2)

(7)より任意の自然数kに対し，自然数n (ex.) $\frac{(k+1)!k}{2}$) において $a_k > b_n$である．

よって定理Aより $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n$ □

第3回、問7

(1) nを$2(100x)^2$よりも大きな自然数とする。このとき

$$n! = n\cdot(n-1)\cdot\cdots\cdot\left(\frac{n}{2}\right)\cdot\cdots\cdot 1 > \overbrace{\frac{n}{2}\cdot\frac{n}{2}\cdot\cdots\cdot\frac{n}{2}}^{n+1つ}$$
$$= (100x)^2\cdot(100x)^2\cdot\cdots\cdot(100x)^2$$
$$= (100x)^{2n+2} > (100x)^n$$

∴ $n! > (100x)^n$，両辺を$n!\cdot100^n$で割ると

$\frac{1}{100^n} > \frac{x^n}{n!}$ また，nが自然数であることから $100^n \geq 100 \Leftrightarrow \frac{1}{100^n} \leq \frac{1}{100}$，

したがって $\frac{1}{100} > \frac{x^n}{n!}$ となる．□

「1つでも $\frac{1}{100} > \frac{x^n}{n!}$ をみたすnが見つかれば証明となる」ことを利用しています。

(2) nを$2(100x)^2$と$100x$の両方よりも大きな自然数とすると．

(1)より $\frac{1}{100} > \frac{x^n}{n!}$ ．また任意の自然数kに対し $\frac{x}{n+k} < \frac{x}{n} < \frac{1}{100}$ が成り立つ。

よってこのとき $\frac{x^{n+k}}{(n+k)!} = \frac{x^n}{n!}\cdot\frac{x}{n+1}\cdot\frac{x}{n+2}\cdot\cdots\cdot\frac{x}{n+k}$
$$< \frac{1}{100}\cdot\frac{1}{100}\cdot\frac{1}{100}\cdot\cdots\cdot\frac{1}{100} = \left(\frac{1}{100}\right)^{k+1}$$
$$= \frac{1}{100^{k+1}}$$

が任意の自然数kに対し成り立つ。

(3) (7.1)の和をS_1．

(7.2) ： S_2とする

$$S_1 = \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} + \cdots + \frac{x^{n+k}}{(n+k)!} + \cdots$$
$$< \frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \cdots + \frac{1}{100^{k+1}} + \cdots$$
$$= \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{100^i} = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{100}\left\{1-\left(\frac{1}{100}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{100}}$$
$$= \lim_{n\to\infty}\frac{1}{99}\left\{1-\left(\frac{1}{100}\right)^n\right\} = \frac{1}{99}$$

S_1のt項までの和をa_tとおくと，

$a_1 < a_2 < \cdots < a_k < \cdots$ となる。

(∵各項は正の数である)

そして，任意の自然数tにおいて

$a_t < \frac{1}{99}$が成り立つ

よってS_1は収束し，その値は

$\frac{1}{99}$以下となる□

(国の条件Aを利用)

No.
DATE . .

第3回，問9

(1) ライプニッツの法則より

$$\{e^{-ix}(\cos x+i\sin x)\}' = e^{-ix}(\cos x+i\sin x)' + (e^{-ix})'(\cos x+i\sin x)$$

$$= e^{-ix}(-\sin x+i\cos x) + (-ie^{-ix})(\cos x+i\sin x)$$

$$= (e^{-ix})\{-\sin x+i\cos x - i\cos x - i\cdot i\sin x\}$$

$$= e^{-ix}\{i(\cos x-\cos x)+\sin x-\sin x\} = 0 \quad \square$$

(2) $f(x) = e^{-ix}(\cos x+i\sin x)$ とおくと，

(1)より $f'(x)=0$ ，よって $f(x)$ は定数関数。

これは x に何を代入しても $f(x)$ の値が変化しないことを指すので

仮に $x=0$ を代入する.

$$f(0) = e^{-i\cdot 0}(\cos 0+i\sin 0)$$

$$= 1\cdot(1+0\cdot i) = 1 \text{ ，よって } f(x)=1$$

$$f(x)=1 \iff e^{-ix}(\cos x+i\sin x)=1$$

$$\iff \cos x+i\sin x = e^{ix} \quad \square$$

No.

DATE

第4回　問9

(1) $f(x)=\sqrt{x}$ の逆関数は $g(t)=t^2$ である。

このとき

$$g(f(x)) = (\sqrt{x})^2 = x$$

合成関数の微分法より

$$g(f(x))' = f'(x)\cdot g'(f(x)) = (x)'$$

$$\Leftrightarrow f'(x)\cdot 2\sqrt{x} = 1$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}} \qquad \therefore (\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

ちなみに、$\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$ として、$(x^n)'=nx^{n-1}$ を用いれば簡単に

$(\sqrt{x})'=(x^{\frac{1}{2}})'=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ が出てきます。

(2) $f(x)=\arcsin x$ の逆関数は $g(\theta)=\sin\theta$。逆関数の微分の関係を利用すると

$$f'(x)\cdot g'(f(x)) = 1$$

$$\Leftrightarrow (\arcsin x)'\cdot\cos(\arcsin x) = 1 \quad \cdots ①$$

このとき $\cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}$ （条件より $-\frac{\pi}{2}<\arcsin x<\frac{\pi}{2}$，したがって $\cos(\arcsin x)$ は正であるため）。よって

$$\cos(\arcsin x)=\sqrt{1-\sin^2(\arcsin x)}$$

$$=\sqrt{1-\{g(f(x))\}^2}$$

逆関数の性質より $=\sqrt{1-x^2} \quad \cdots ②$

①.②より $(\arcsin x)'\sqrt{1-x^2}=1$

$$\Leftrightarrow (\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

//

No.

DATE . .

(3) (2) 同様くの考えでOKです。

(4) (2) 同様 $g(\theta) = \tan\theta$ とし、

$$(\arctan x)' \cdot g'(f(x)) = 1$$ とします。

このとき $(\tan\theta)' = 1 + \tan^2\theta$ なので

$$g'(f(x)) = 1 + \tan^2(\arctan x)$$

$$= 1 + \{g(f(x))\}^2$$

$$= 1 + x^2,$$

よって $(\arctan x)' \cdot (1 + x^2) = 1$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$ //

No.

DATE . .

第5回 . 問13

(1) yを定数とみなし、$f(t)=\sin t$. $g(x)=xy$ とおくと

$\sin xy = f(g(x))$ とできる。このとき

$$\frac{\partial}{\partial x}\sin xy = \frac{\partial}{\partial x}\{f(g(x))\}$$
$$= f'(g(x))\cdot g'(x)$$
$$= \cos xy\cdot y = \underline{y\cos xy}$$

(2) (1)の x と y を入れかえてください。

第5回 . 問5

(1) Pの角速度が ω なので、時刻 t の時点で P は ωt 動いています。

よってPの座標は $(R\cos\omega t . R\sin\omega t)$

(2) $x(t)=R\cos\omega t$. $y(t)=R\sin\omega t$ です。問13(1)と同様に計算すると、

$a(k)=R\cos k$. $b(t)=\omega t$. $c(k)=R\sin k$ とおくと

$x(t)=a(b(t))$, $y(t)=c(b(t))$

$x'(t)=a'(b(t))b'(t)$, $y'(t)=c'(b(t))\cdot b'(t)$

$=-R\sin(\omega t)\cdot\omega$ $=R\cos(\omega t)\cdot\omega$

$=-R\omega\sin\omega t$ $=R\omega\cos\omega t$

$\therefore (x'(t), y'(t)) = R\omega(-\sin\omega t . \cos\omega t)$

(3) (2)と同様に計算してください。

(4) 解答の通りです。

No.

DATE . .

公式集

誤差の公式 $\dfrac{(仮値)-(真値)}{(真値)}$ 真値…実際の値
仮値…計算上の値

二項定理 $(a+b)^n = {}_nC_0 a^n b^0 + {}_nC_1 a^{n-1} b^1 + \cdots + {}_nC_n a^0 b^n$

$= \sum_{i=0}^{n} {}_nC_i a^{n-i} b^i$

ネイピアの数(=e)関連 $e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$

$\frac{d}{dx}e^x = e^x$, $\frac{d}{dx}\log x = \frac{1}{x}$, $\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h} = 1$

$e^{ix} = \cos x + i\sin x$, 特に $e^{i\pi} = -1$

微分関連

$f(x)$の導関数$f'(x)=0$であれば, $f(x)$は定数関数である
($f(x)=C$と表せる<Cは定数>)

$\frac{d}{dx}f(x)g(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ (ライプニッツの法則)

$\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))\cdot g'(x)$

$\frac{d}{dx}\cdot\frac{1}{f(x)} = -\frac{f'(x)}{\{f(x)\}^2}$

$\frac{d}{dx}\cdot\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

$\frac{d}{dx}\sin ax = a\cos ax$, $\frac{d}{dx}\cos bx = -b\sin bx$, $\frac{d}{dx}\tan x = 1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

$f(x)$の逆関数$g(t)$をおいたとき $f(g(t)) = t$. $g'(t)\cdot f'(g(t)) = 1$

$\frac{d}{dx}\arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\frac{d}{dx}\arccos x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\frac{d}{dx}\arctan x = \frac{1}{1+x^2}$

2変数関数 $f(x,y)$ に関し、

$\frac{\partial}{\partial x} f(x,y) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) - f(x,y)}{h}$ を $f(x,y)$ の x についての偏導関数、

$\frac{\partial}{\partial y} f(x,y) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h) - f(x,y)}{h}$ を $f(x,y)$ の y についての偏導関数、

$\mathrm{grad} f(x,y) = \left(\frac{\partial}{\partial x} f(x,y), \frac{\partial}{\partial y} f(x,y)\right)$ を $f(x,y)$ の勾配ベクトルという。

$f''(x) = \{f'(x)\}' = \lim_{h \to 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$ とし、$f''(x)$ を $f(x)$ の二階微分と言う。

実数 n に対し $(x^n)' = nx^{n-1}$

定理関連

単調増加数列が収束する十分条件：数列を $\{a_n\}$ とする。

[1] $a_1 \leq a_2 \leq \cdots$ となる。
[2] 任意の自然数 n に対し $a_n \leq R$ が成り立つ。

このとき $\{a_n\}$ は収束し、その値は R 以下となる。

はさみうちの原理

単調増加な2つの数列 $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=0}^{\infty}$ が[1]〜[3]の条件を満たすとき
$\lim_{n \to \infty} a_n = \lim_{n \to \infty} b_n$ が成り立つ。

[1] $\{b_n\}_{n=0}^{\infty}$ が収束する
[2] 任意の自然数 k に対しある自然数 n が存在し $a_k < b_n$
[3] 〃 l 〃 m 〃 $b_m < a_l$

微分方程式 $f'(x) = af(x)$ を満たすとき $f(x) = Ce^{ax}$ （Cは定数）
〃 $f''(x) = -f(x)$ 〃 $f(x) = a\cos x + b\sin x$
（a, bは実数）

と書ける。

No.

DATE . .

試験対策プリント① 基本の公式とその証明

[1] ライプニッツの法則

$$\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g(x)'$$

証明 定義 $i'(x) := \lim_{h\to 0}\dfrac{i(x+h)-i(x)}{h}$ を利用する。

$$\{f(x)g(x)\}' = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)g(x+h)-f(x)g(x)}{h}$$

同じものをたして、引いているので = で結ぶことができます。

$$= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)g(x+h)-\boxed{f(x+h)g(x)}+\boxed{f(x+h)g(x)}-f(x)g(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\left[f(x+h)\left\{\frac{g(x+h)-g(x)}{h}\right\}+g(x)\left\{\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\right\}\right]$$

$h\to 0$ より $x+h\to x$, $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}\to f'(x)$, $\dfrac{g(x+h)-g(x)}{h}\to g'(x)$ となる。

$$\therefore \{f(x)g(x)\}' = f(x)g'(x)+g(x)f'(x)$$
$$= f'(x)g(x)+f(x)g'(x) \quad \square$$

[2] 合成関数の微分公式

$$\{f(g(x))\}' = f'(g(x))\cdot g'(x)$$

証明 $$\{f(g(x))\}' = \lim_{h\to 0}\frac{f(g(x+h))-f(g(x))}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{f(g(x+h))-f(g(x))}{g(x+h)-g(x)}\cdot\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$

ここで、$h' = g(x+h)-g(x)$ とおく。このとき $g(x+h)=g(x)+h'$ (左式の変形)。

$$= \lim_{h\to 0}\frac{f(g(x)+h')-f(g(x))}{h'}\cdot\boxed{\frac{g(x+h)-g(x)}{h}} = g'(x)$$

同じ

また、$h\to 0$ のとき $x+h\to x$. したがって $h' = g(x+h)-g(x)\to g(x)-g(x)=0$

よって定義より $\lim_{h\to 0}\dfrac{f(g(x)+h')-f(g(x))}{h'} = \lim_{h'\to 0}\dfrac{f(g(x)+h')-f(g(x))}{h'}$

$$= f'(g(x))$$

$$\therefore \{f(g(x))\}' = f'(g(x))\cdot g'(x) \quad \square$$

この2つさえ覚えていれば、大半の微分の公式はどうにかなるはずです。

No.

DATE . .

試験対策②　公式とその証明

① 分数関数の微分の公式

(1) $\dfrac{d}{dt}\dfrac{1}{g(t)} = -\dfrac{g'(t)}{\{g(t)\}^2}$

(2) $\dfrac{d}{dt}\dfrac{f(t)}{g(t)} = \dfrac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{\{g(t)\}^2}$

証明 (1) $a(t) = \dfrac{1}{x}$ とすると．$\dfrac{1}{g(t)} = a(g(t))$ と表せる．

よって $\dfrac{d}{dt}\dfrac{1}{g(t)} = \{a(g(t))\}'$

$= a'(g(t))\,g'(t)$ （①の⑵合成関数の微分の公式より）

$a(t) = \dfrac{1}{x} = x^{-1}$ より．$a'(t) = (-1)x^{-2}$ となるので

$= -\dfrac{1}{\{g(t)\}^2}\cdot g'(t)$

$= -\dfrac{g'(t)}{\{g(t)\}^2}$ □

(2) $\dfrac{1}{g(t)} = h(t)$ とおくと．

$\dfrac{d}{dt}\dfrac{f(t)}{g(t)} = \{f(t)h(t)\}'$

$= f'(t)h(t) + f(t)h'(t)$ （ライプニッツの法則より）

$= \dfrac{f'(t)}{g(t)} + f(t)\cdot\left[-\dfrac{g'(t)}{\{g(t)\}^2}\right]$

$= \dfrac{f'(t)g(t)}{\{g(t)\}^2} + \dfrac{-f(t)g'(t)}{\{g(t)\}^2}$

$= \dfrac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{\{g(t)\}^2}$ □

※物理を履習している人は必要ないです。

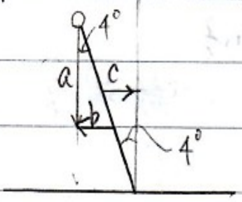
補足　授業に出てきたニュートンの第一法則では、
外力がなければ物体は等速直線運動を行う、とありました。
このため、円運動の際には外力が発生していることになります。

このとき静止している人に観測されるのが向心力で、点から中心の向きに働きます。
また、
このとき同様に円運動を行う人に観測されるのが遠心力です。
ただしこちらは実際には存在しません。

向心力は、解説の通り $\frac{2\pi v^2}{L}$ （Lは周の長さ、ひは物体の動く速度（m/s））
で表されます。

遠心力も向心力と同じ $\frac{2\pi v^2}{L}$ です（向きは逆。実際には存在しませんが）

問6の場合を考えてみますと、理想である角度（4°）を保っているとき、



重力(a)によって実際の水平方向に動く力(b)と
遠心力(c)がつりあっている　と言えます。

まあ、細かく言うと違うらしいですが。この場合この認識でも問題はないです、たぶん。

問7の場合は　人工衛星がある速度で地球を周回しようとする際に
必要な向心力がそのまま重力である場合の
速度を求める、ということらしいです
（だから $g=\frac{2\pi v^2}{L}$ ）。