宇宙科学 I　シケプリ (過去問類別　解答)

Yoshi

2018 年 3 月 12 日

これはシケプリ (過去問類別) の解答編である。横に並べて参照してほしい。
ちなみに大問ひとつづつで 25 点である。自分の欲しい点数を目指して勉強すれば良い。
星の成長と距離の測定は最重要![*1]

目次

[*1] 間違えが多分にあるのでこのシケプリの使用は自己責任でよろしくお願いします。また他の人と共有する際にもこの点の確認をしてください。

1 星の成長

雑な図が下にあります。ここの丁寧さで点数が変わると思われるのでできるだけ細かく覚えましょう。ほぼというか絶対出るので。一倍太陽質量星はヘリウムフラッシュ、7 倍太陽質量星はヘルツシュブルングギャップ、20 倍太陽質量星はヘルツシュブルングギャップと鉄の光分解による超新星爆発が大事です。ちなみに林トラックは林の限界線でもいいです。

1.1 一倍太陽質量の星の一生

A: ゼロ年齢主系列。中心部では、pp チェインによる水素核融合反応が起こっている。中心部では輻射平衡だが、周辺部 (外層) は対流平衡になっている。B: 中心付近で水素を燃やし尽くし、主系列を離れる。これ以降、水素核燃焼は次第に中心より外側へ移って行く。C: $0.1M_{\odot}$ 程度のヘリウム核が形成され、水素殻燃焼に移行する。ヘリウム核は密度が高いため、縮退している。D: 水素外層が対流層になり、林トラックに乗る。E: ヘリウム核の質量が $0.46M_{\odot}$ にまで成長し、中心でヘリウム燃焼 (トリプル・アルファ反応) が始まる。ヘリウム核は縮退しているため、ヘリウム燃焼は激しく起こるので、ヘリウム・フラッシュとなる。F: ヘリウム燃焼が安定化し、水平分岐に乗る。G: 炭素・酸素コアが形成され、ヘリウム殻燃焼に移行する。それと同時に、水素外層が再び対流層になり、林トラックに乗る。その後、炭素・酸素コアが成長するにつれて、半径が増大し、恒星風が吹き始める。この後、水素外層が失われて、炭素・酸素コア (白色矮星) のみ残る。

1.2 七倍太陽質量の星の一生

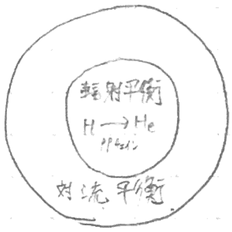
A: ゼロ年齢主系列。中心部では CNO サイクルで水素核融合反応が進行している。CNO サイクルは熱の発生率が高いので、中心部は対流によって熱を効率的に輸送する。したがって、中心部は対流平衡となるが、外層部は輻射平衡である。B: 中心の対流核全体で水素を燃やし尽くし、水素燃焼の火が消える。主系列を離れる。この後、ヘリウム核が収縮し、重力エネルギーを解放することで、温度を上昇させ、圧力勾配をつくり出す。C: ヘリウム核の温度が上昇した結果、ヘリウム核の周りの水素に火が着き、水素殻燃焼に移行する。この後、ヘリウム核自身には、熱源がないので、収縮することで、重力エネルギーを解放し、圧力勾配をつくり出す。このため、水素殻燃焼の温度が次第に上昇し、核反応のエネルギー発生率が大きくなるので、その熱が水素外層へ伝えられ、水素外層が膨らむ。D: 水素外層が全部対流層になり、林トラックに乗る。対流は熱を効率良く逃すので、水素外層はそれほど膨らまなくともよくなる。しかし、水素燃焼のエネルギー発生率は大きくなる一方なので、星は明るくなる。なお、C から D へは、非常に短い (約 10 万年) 時間で移動するので、星が観測される確率が非常に小さい。そのために、HR 図上で星がほとんどない領域となり、ヘルツシュプルングのギャップとよばれる。E: ヘリウム核は、温度が比較的高く、密度もそれほど大きくないので、縮退していない。いつヘリウム核の中心でヘリウム燃焼 (トリプル・アルファ反応) が始まるかは、ゼロ年齢主系列の時の質量によるが、$7M_{\odot}$ の星の場合は、ヘリウム核が $1.4M_{\odot}$ 程度になった時に、中心でトリプル・アルファ反応が始まる。F: ヘリウム燃焼が安定化し、水平分岐に乗る。ヘリウム燃焼は温度に敏感なので、中心部は対流層となっている。G: 中心で、ヘリウムが無くなると、ヘリウム殻燃焼に移行する。それにつれて、水素外層が再び全部対流層になり、林トラックに乗る。その後、炭素・酸素コアが成長するにつれて、半径が増大し、恒星風が吹き始める。この後、水素外層が失われて、炭素・酸素コア (白色矮星) のみ残る。

1.3　20 倍太陽質量の星の一生

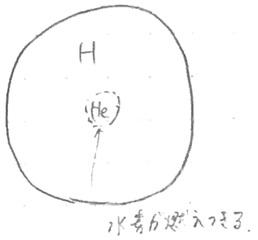
A: ゼロ年齢主系列。$7M_{\odot}$ の星の場合と同じく、中心部では CNO サイクルで水素核融合反応が進行している。中心部は対流平衡であり、外層部は輻射平衡である。B: 中心の対流核全体で水素を燃やし尽くし、水素燃焼の火が消える。主系列を離れる。この後、ヘリウム核が収縮し、重力エネルギーを解放することで、温度を上昇させ、圧力勾配をつくり出す。C: ヘリウム核の温度が上昇した結果、ヘリウム核の周りの水素に火が着き、水素殻燃焼に移行する。この後、ヘリウム核自身には、熱源がないので、収縮することで、重力エネルギーを解放し、圧力勾配をつくり出す。このため、水素殻燃焼の温度が次第に上昇し、核反応のエネルギー発生率が大きくなるので、その熱が水素外層へ伝えられ、水素外層が膨らむ。D: 水素外層が全部対流層になり、林トラックに乗る。対流は熱を効率良く逃すので、水素外層はそれほど膨らまなくともよくなる。しかし、水素燃焼のエネルギー発生率は大きくなる一方なので、星は明るくなる。E: ヘリウム核は、温度が比較的高く、縮退していない。ヘリウム核の中心でヘリウム燃焼 (トリプル・アルファ反応) が始まるのは、ヘリウム核がだいたい $6M_{\odot}$ 程度になった時である。F: ヘリウム燃焼が安定化し、水平分岐に乗る。ヘリウム燃焼は温度に敏感なので、中心部は対流層となっている。G: 中心で、ヘリウムが無くなると、ヘリウム殻燃焼に移行する。それにつれて、水素外層が再び全部対流層になり、林トラックに乗る。その後、炭素・酸素コアが成長するにつれて、半径が増大し、恒星風が吹き始める。この後、中心の炭素・酸素コアは縮退しないので、収縮しながら温度を上昇させる。したがって、次に炭素に火が着き、酸素・マグネシウム・ネオン核が形成される。これも縮退せず、収縮して温度が上がり、マグネシウムや酸素に火が着き、シリコン核ができる。さらにシリコン核に火が着き、鉄のコアが形成される。鉄のコアの中心温度が 100 億度程度になったとき、鉄の原子核が高エネルギーガンマ線にたたかれて分解をはじめる。これがひきがねとなって、超新星爆発が起こる。

1倍太陽質量

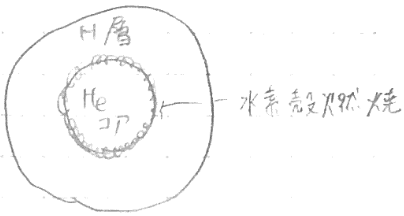
A:



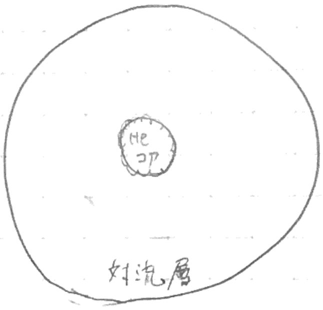
B:



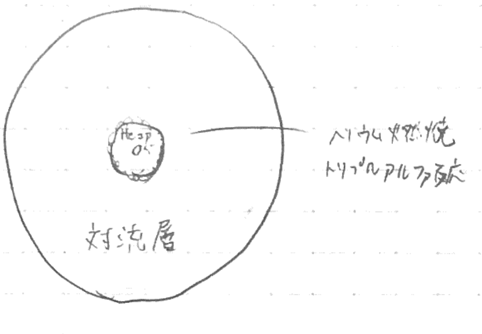
C:



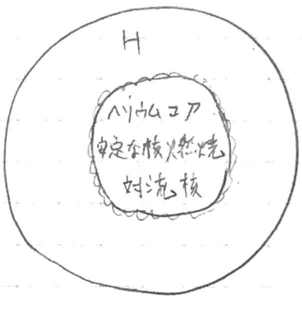
D:



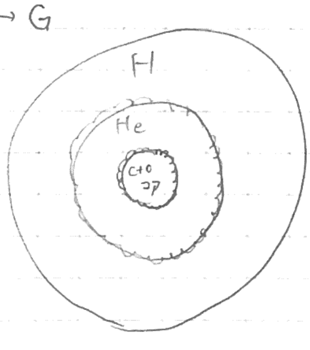
E



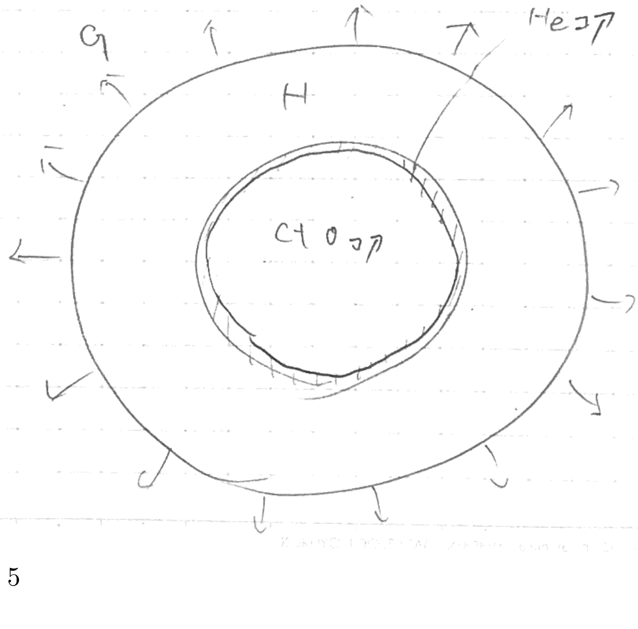
F



F→G



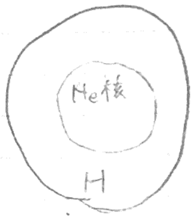
G



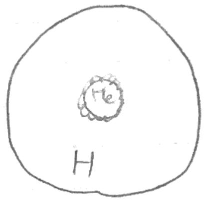
7倍太陽質量

A:

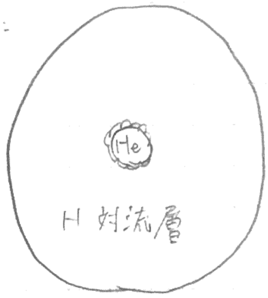
B



C

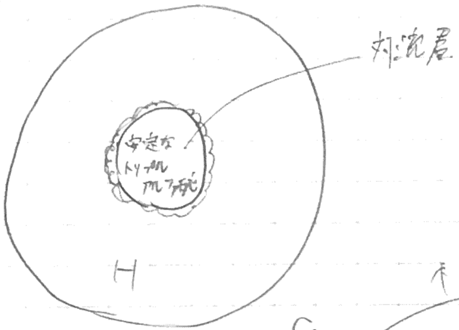


D:

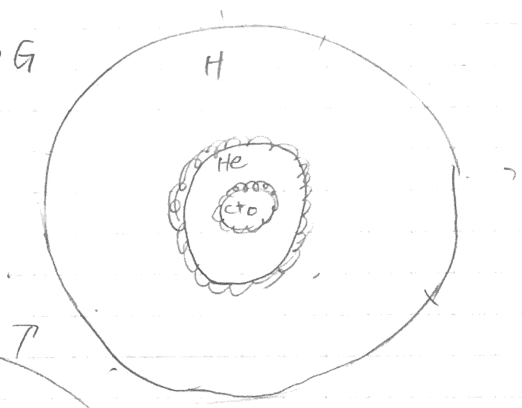


E

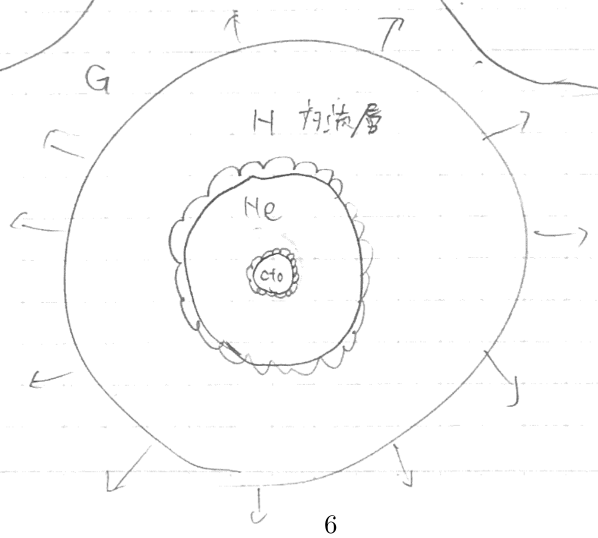
F



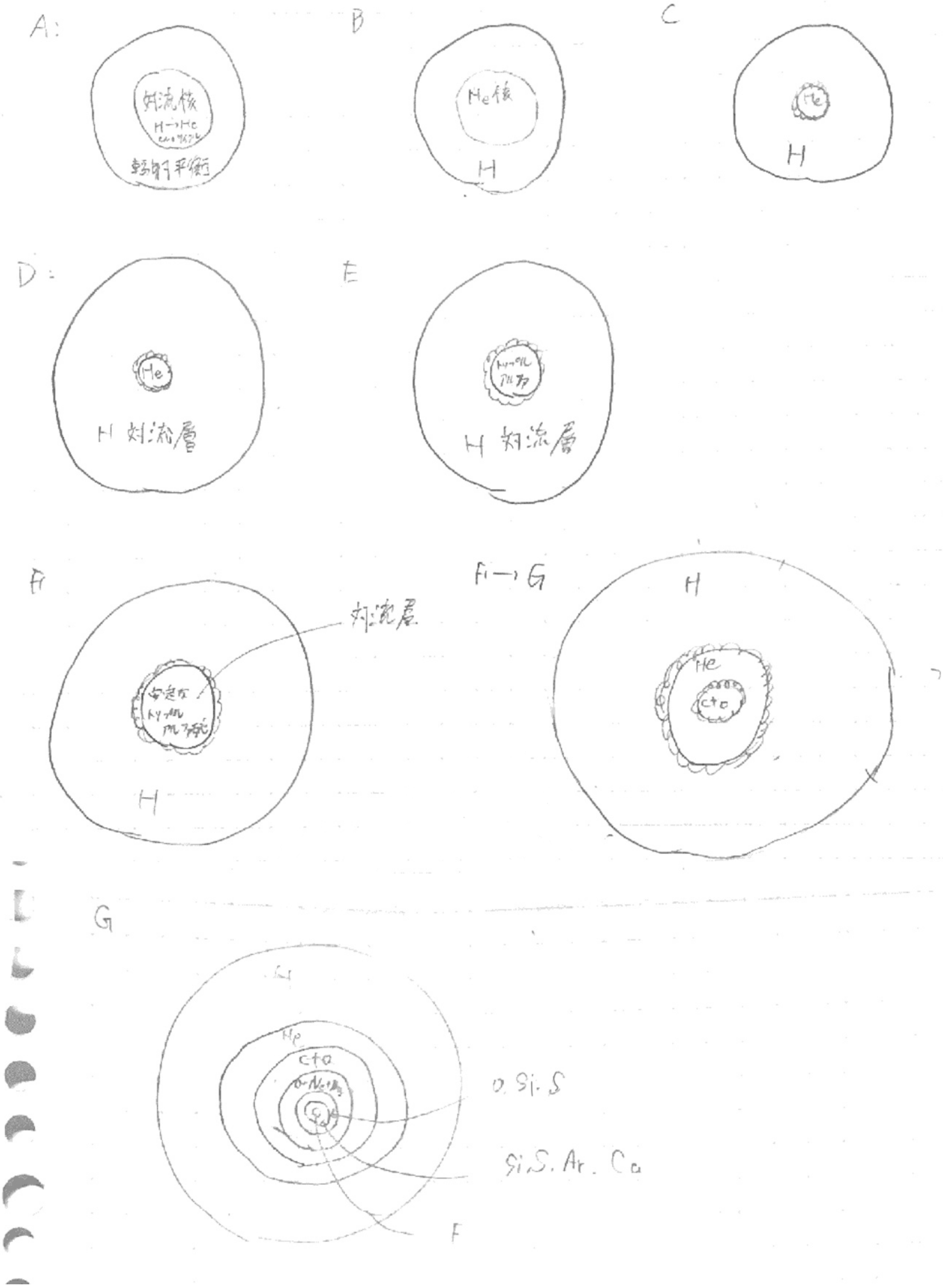
F→G



G



7倍太陽質量



A:
対流核
H→He
輻射平衡
B
He核
H
C
He
H
D:
He
H 対流層
E
H 対流層
F
対流層
H
F→G
H
He
C+O
G
H
He
C+O
O.Si.S
Si.S.Ar.Ca
F

2　距離の測定

宇宙はしごは以下のステップを踏む。

- 金星や火星のレーダーエコー実験 $\longrightarrow$ 地球の軌道半径決定 (真空中の光速度)
- 地球の軌道半径決定 $\longrightarrow$ 太陽近傍の星の距離の決定 (年周視差: 三角測量の原理)
- 太陽近傍のセファイド型変光星の距離決定 $\longrightarrow$ セファイド型変光星の絶対光度 (本当の明るさ) の決定
- セファイド型変光星の絶対光度決定 $\longrightarrow$ セファイド型変光星の周期-光度関係を導出
- 近傍銀河中のセファイド型変光星の周期 $\longrightarrow$ セファイド型変光星の絶対光度の決定 (周期-光度関係)
- セファイド型変光星の見かけの光度と絶対光度の比較 $\longrightarrow$ 近傍銀河の距離決定

この流れだけはちゃんと把握しておくように。

2.1　火星及び金星を用いた距離測定

地球及び火星または金星の軌道長半径を決定するには、遠心力と重力の釣り合い (ケプラーの第 3 法則) と金星または火星のレーダーエコー時間の二つを使う。

解 (3 が外の惑星、2 が内の惑星を表す)
遠心力と重力の釣り合いの式は以下の通り。

$$M_i a_i \left(\frac{2\pi}{P_i}\right)^2 = \frac{GM_i M_\odot}{a^2}$$

よって以下の三式がなりたつ。

$$\begin{cases} a_3 - a_2 = \dfrac{1}{2}c \cdot t_{echo} & \cdots(1) \\ (a_2)^3 \left(\dfrac{2\pi}{P_2}\right)^2 = GM_\odot & \cdots(2) \\ (a_3)^3 \left(\dfrac{2\pi}{P_3}\right)^2 = GM_\odot & \cdots(3) \end{cases}$$

(1) より、

$$a_3 = a_2 + \frac{1}{2}c \cdot t_{echo} \quad \cdots(1')$$

なのでこれを (3) に代入して、

$$\begin{aligned} \left(a_2 + \frac{1}{2}c \cdot t_{echo}\right)^3 \left(\frac{2\pi}{P_3}\right)^2 &= GM_\odot \\ &= (a_2)^3 \left(\frac{2\pi}{P_2}\right)^2 \qquad (\because (2)) \end{aligned}$$

なので、

$$\begin{aligned}
\left(a_2+\frac{1}{2}c\cdot t_{echo}\right)^3 &= (a_2)^3\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^2\\
a_2+\frac{1}{2}c\cdot t_{echo} &= \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{2}{3}}a_2\\
a_2 &= \frac{-\frac{1}{2}c\cdot t_{echo}}{1-\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{2}{3}}}
\end{aligned}$$

となる。同様に、

$$a_3=\frac{\frac{1}{2}c\cdot t_{echo}}{1-\left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

と求まる。
よってこれらに各値を代入すれば答えが求まる。
(1) 火星の場合

$$\begin{aligned}
t_{echo} &= 523\,\mathrm{sec}\\
P_3 &= 1.0\,\mathrm{year}\\
P_4 &= 1.88\,\mathrm{year}\\
c &= 3.0\times10^8\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}$$

を代入。

$$\begin{aligned}
a_3 &= \frac{-\frac{1}{2}c\cdot t_{echo}}{1-\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{2}{3}}}\\
&= \frac{-\frac{1}{2}3.0\times10^8\cdot523}{1-\left(\frac{1.88}{1}\right)^{\frac{2}{3}}}\\
&= \frac{1569\times10^8}{1.04}\\
&= 1.5\times10^{11}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
a_4 &= \frac{\frac{1}{2}c\cdot t_{echo}}{1-\left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{2}{3}}} \\
&= \frac{-\frac{1}{2}3.0\times 10^8\cdot 523}{1-\left(\frac{1}{1.88}\right)^{\frac{2}{3}}} \\
&= \frac{1569\times 10^8\cdot 1.52}{1.04} \\
&= 2.3\times 10^{11}
\end{aligned}
$$

(2) 金星の場合

$$
\begin{aligned}
t_{echo} &= 276\,\mathrm{sec} \\
P_2 &= 0.615\,\mathrm{year} \\
P_3 &= 1.0\,\mathrm{year} \\
c &= 3.0\times 10^8\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}
$$

を代入。

$$
\begin{aligned}
a_3 &= \frac{\frac{1}{2}c\cdot t_{echo}}{1-\left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{\frac{2}{3}}} \\
&= \frac{\frac{1}{2}3.0\times 10^8\cdot 276}{1-\left(\frac{0.615}{1}\right)^{\frac{2}{3}}} \\
&= \frac{828\times 10^8}{0.554} \\
&= 1.5\times 10^{11}
\end{aligned}
$$

パーセクの定義は 1 天文単位 (au) の長さが 1 秒角の角度を張るような距離である。よって

$$
\begin{aligned}
1\mathrm{pc} &= \frac{1\mathrm{au}}{\tan 1'} \\
&\sim \frac{1\mathrm{au}}{1'} \\
&= \frac{1.5\times 10^{11}\mathrm{m}}{1/60/60\cdot\frac{2\pi}{360}} \\
&= \frac{972000\times 10^{11}}{3.14}\mathrm{m} \\
&= 3\times 10^{16}\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

星の明るさ (見かけの等級 m) は、その星からのエネルギー・フラックス (energy flux)f と見かけの等級が m_0 である標準星からのエネルギー・フラックス f_0 を使って

$$
m = m_0 - \frac{5}{2}\log\left(\frac{f}{f_0}\right)
$$

と定義される。ここでエネルギーフラックス f は星の光度 L との間に $L = 4\pi r^2 f$ という関係がある。
エネルギーフラックス f は星の距離によって変わってしまうので、10pc を単位にして星の距離を揃えたものが絶対等級 M である。すなわち、

$$M = m_0 - \frac{5}{2}\log\left(\frac{F}{f_0}\right)$$

である。以上の式を連立することで見かけの等級と絶対等級の関係式を得る。

$$\begin{aligned} M - m &= -\frac{5}{2}\log\left(\frac{F}{f}\right) \\ &= -\frac{5}{2}\log\left(\frac{r^2}{10^2}\right) \\ &= 5 - 5\log r \end{aligned}$$

ただしここで r の単位はパーセクである。

セファイド (Cepheid) は、2 日程度から 200 日程度の周期で明るさが変化する変光星で、周期の対数と平均絶対光度の対数 (あるいは平均絶対等級) の間にほぼ直線的な周期-光度関係があるので、その周期を測ることで、絶対等級 M が分かり、みかけの等級 m から、$M = m + 5 - 5\log d$ より、セファイドまでの距離 d が分かる。年周視差が測定できない遠方の銀河までの距離を測る方法である。

※周期-光度関係は太陽周辺で年周視差より距離と本当の明るさが求められるセファイドより判明した関係であり、周期と本当の明るさが比例する関係。

2.2　宇宙のはしご

ここで宇宙のはしごに出てくる用語をひとさらいする。

レーダーエコー実験
: 地上から発射された電波 (光速度) が金星または火星表面にぶつかって、もどってくる時間を測定する実験。これによりケプラー第三法則を使い、地球軌道の長半径が求まる。地球の軌道半径は年周視差から距離を求める場合の基礎となる。

天文単位
: 太陽と地球との距離でレーダーエコー実験により求められる。地球の軌道半径は年周視差から距離を求める場合の基礎となる。およそ $1.5 \times 10^{11}\mathrm{m}$

年周視差
: 地球の公転に伴って、星の位置が天球上を楕円運動する。この楕円の長半径を角度の秒 (天球は一周が 360 度:1 度が 60 分:1 分が 60 秒) の単位で表したものが年周視差である。地球の軌道半径と組み合わせることで比較的近い天体の距離を求めることができる。

パーセク
: 1 天文単位 (au) の長さが 1 秒角の角度を張るような距離。年周視差を元に計算しやすいようになっている。

セファイド
: 2 日程度から 200 日程度の周期で明るさが変化する変光星で、周期の対数と平均絶対光度の対数 (あるいは平均絶対等級) の間にほぼ直線的な周期-光度関係があるので、その周期を測ることで、絶対等級 M が分かり、みかけの等級 m から、$M = m + 5 - 5\log d$ より、セファイドまでの距離 d が分かる。年周視差が測定できない遠方の銀河までの距離を測る方法である。

これらを組み合わせた宇宙はしごの登り方は以下の通り。
真空中の光速度は既知なので、金星や火星のレーダーエコー実験より、地球の軌道半径が決定できる。これにより年周視差を測ることで三角測量の原理を用いることで、太陽近傍の星の距離が決定できる。このうち、セファイド型変光星の絶対光度 (本当の明るさ) が決定されることでセファイド型変光星の周期-光度関係が導出される。この関係は他の銀河でも同様のはずなので、他のセファイド型変光星の絶対光度が決定できる。するとこのセファイドが属する近傍銀河の距離が決定される。
距離の測定は、ハッブル定数を求めるには必要なものであり、ハッブル定数が求められれば宇宙の年齢が明らかになるので非常に重要である。

3　星の半径

　半径を求めるにはその天体への距離が必要なので距離がわかっている天体の求め方について記述する。
半径が既知の星を S_1、半径が不明の星を S_2 とする。ここで S_1 について、光度 L_1 は

$$L_1 = 4\pi R_1^2 \sigma T_1^4$$

と表わされる。(R_1:半径,T_1:温度,σ :ステファン・ボルツマン定数)S_2 についても同様にして

$$L_2 = 4\pi R_2^2 \sigma T_2^4$$

と表わされるので、

$$R_2 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} R_1 \qquad \cdots (*)$$

T_1, T_2 は黒体輻射スペクトルの観測からフィルターを持ちいることで色指数 (B-V) が得られウィーンの変位則を用いて求められる。ここで年周視差の測定などにより、地球から S_1 までの距離 d_1 が得られるとする。
これより、S_1 の見かけの等級は

$$m_1 = m_0 - \frac{5}{2}\log\left(\frac{f_1}{f_0}\right) \qquad (f_1 = \frac{L_1}{4\pi d_1^2} : \text{エネルギーフラックス})$$

絶対等級は

$$M_1 = m_0 - \frac{5}{2}\log\left(\frac{F_1}{f_0}\right) \qquad (F_1 = \frac{L_1}{4\pi \cdot 10^2} : \text{10pc に天体があったとした時のエネルギーフラックス})$$

となり、絶対等級は

$$M_1 = m_1 + 5 - \log d_1$$

と得られる。
同様にして、S_2 についても絶対等級が

$$M_2 = m_2 + 5 - \log d_2$$

のように得られる。
ここで絶対等級の定義式より、

$$\begin{aligned} M_1 - M_2 &= \frac{5}{2}\left(\log\frac{F_2}{f_0} - \log\frac{F_1}{f_0}\right) \\ &= \frac{5}{2}\log\frac{F_2}{F_1} \\ &= \frac{5}{2}\log\frac{L_2}{L_1} \qquad (\because F_i = \frac{L_i}{4\pi \cdot 10^2}) \end{aligned}$$

なので

$$\frac{L_2}{L_1} = 10^{\frac{2}{5}(M_1 - M_2)}$$

$$\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = 10^{\frac{M_1 - M_2}{5}}$$

　式 $(*)$ に代入すると R_2 が得られる。

4　パルサーは中性子星

表面の粒子 (質量 m) が遠心力で飛ばないことより、

$$R\omega^2 m \leq \frac{GMm}{R^2}$$
$$R\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \leq \frac{GM}{R^2}$$

を満たす。よって半径の上限 R_c は

$$R_c\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{GM}{R_c^2}$$

により決まる。R_c について解くと、

$$\begin{aligned}
R_c^3 &= \frac{GM}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} \\
R_c &= \left(\frac{GM}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}\right)^{\frac{1}{3}} \\
&= \left(\frac{7\times10^{-8}\cdot2\times10^{33}\cdot1.4}{\left(\frac{2\pi}{1.5\times10^{-3}}\right)^2}\right)^{\frac{1}{3}} \\
&= 2\times10^6\mathrm{cm} \qquad \text{(手計算でできるようにと言っていましたがこれ出題ミスでは？)} \\
&= 2\times10\mathrm{km}
\end{aligned}$$

次に周期についてとくと

$$\begin{aligned}
\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 &= \frac{GM}{R^3} \\
T &= \sqrt{\frac{4\pi^2R^3}{GM}} \\
&= \sqrt{\frac{4\times(3.14)^2\times(6000\times10^5)^3}{(6.67\times10^{-8})\times(2\times10^{33})}} \\
&= 8\,\mathrm{s}
\end{aligned}$$

よって、最小値は 8 秒。(これ計算させるの人間じゃないよ)

5　ブラックホールへの突入

5.1　人の場合

張力 T、加速度 a とすると、

$$\begin{cases} ma = -\dfrac{GMm}{r^2} + T \\ ma = -\dfrac{GMm}{(r+l)^2} - T \end{cases}$$

辺々を引き算して、　$2T = \dfrac{GMm}{r^2} - \dfrac{GMm}{(r+l)^2}$

ここで、$l << r$ より、$\dfrac{1}{(r+l)^2} = \dfrac{1}{r^2}\left(1 + \dfrac{l}{r}\right)^{-2} \approx \dfrac{1}{r^2}\left(1 - \dfrac{2l}{r}\right)$ と書けて、

$$T = \frac{GMml}{r^3}$$

と書ける。
この式を r について解いて、値を代入すると、

$$\begin{aligned} r &= \left(\frac{GMml}{T}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= \left(\frac{6.7 \times 10^{-11} \cdot 2 \times 10^{30} \cdot 30 \cdot 1.70}{1000 \cdot 9.8}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= 9 \times 10^5 \mathrm{m} \\ &= 9 \times 10^2 \mathrm{km} \end{aligned}$$

よって、人は、900km のところまでしか入っていくことができない。ここで、このブラックホールの半径は、

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^{33}}{(3 \times 10^{10})^2} \approx 3\mathrm{km}$$

よって、人はブラックホールに到底入ることはできない。

次に太陽質量の 1 億倍のブラックホールについて考えると、人間が入っていける距離は、

$$\begin{aligned} r &= \left(\frac{GMml}{T}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= \left(\frac{6.7 \times 10^{-11} \cdot 2 \times 10^{30} \cdot 10^8 \cdot 30 \cdot 1.70}{1000 \cdot 9.8}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= 4 \times 10^8 \mathrm{m} \\ &= 4 \times 10^5 \mathrm{km} \end{aligned}$$

また、ブラックホールの半径は、

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^{33} \cdot 10^8}{(3 \times 10^{10})^2} \approx 3 \times 10^8 \mathrm{km}$$

よって生きて入っていくことができる。

※ブラックホールの半径はシュバルツシルト半径である。

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

6　ハッブルの宇宙膨張則

ある銀河から見た運動について、ある基準の長さを a と置いたとき、他の銀河の拡大される前の座標は、

$$(x_1, y_1) = (p_{1x}a, p_{1x}a)$$

と書ける。よって、この銀河の遠ざかる速度は

$$\begin{aligned} v_i &= \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y_i}{\mathrm{d}t}\right)^2} \\ &= \sqrt{(p_i x)^2 + (p_i y)^2}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} \\ &= \frac{r_i}{a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} \end{aligned}$$

宇宙は加速度ゼロで膨張するので、この式をもう一度微分すると

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t} &= \frac{\mathrm{d}r_i}{\mathrm{d}t}\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} + r_i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{a}\right)\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} + \frac{r_i}{a}\frac{\mathrm{d}^2 a}{\mathrm{d}t^2} \\ &= \frac{r_i}{a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} - \frac{r_i}{a^2}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} + \frac{r_i}{a}\frac{\mathrm{d}^2 a}{\mathrm{d}t^2} \\ &= \frac{r_i}{a}\frac{\mathrm{d}^2 a}{\mathrm{d}t^2} = 0 \\ &\therefore \frac{\mathrm{d}^2 a}{\mathrm{d}t^2} = 0 \end{aligned}$$

よって、

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} = A(\text{定数})$$

すなわち、ある時点での速度と距離の比は

$$\frac{v_i}{r_i} = \frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} = \frac{A}{a}$$

となり、その時点での基準の長さによって決まる。つまり、同じ時点では速度と距離の比は全ての銀河について一定と言える。

$$\frac{v}{r} = \frac{A}{a}$$

ある時点でのこの比を H_0 とおけば、ハッブルの宇宙膨張則 $v = H_0 \times r$ が導かれる。
また、膨張を基準の長さの変化、すなわち、

$$(x_1, y_1) = (p_{1x}a, p_{1x}a) \longrightarrow (p_{1x}a', p_{1x}a')$$

として捉えると、a' を Talor 展開して、

$$\begin{aligned} a' &= a + \frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}t + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2 a}{\mathrm{d}t^2}t^2 + \cdots \\ &= a + At \end{aligned}$$

基準の長さは時間に比例して増加することが言える。よってこの基準の長さを $a(t) = At + a_0$ とおき、一様膨張していることから宇宙がもともと一点から始まったと考えられるので $a_0 = 0$ とすれば、ある時点での速度と距離の比はその時の宇宙年齢を $t_{universe}$ として、

$$\frac{v}{r} = \frac{1}{t_{universe}} = H_0$$

と与えられる。

$$\int \frac{\mathrm{d}r}{r} = H_0 \int \mathrm{d}t$$

と変形してしまうと左辺の積分がそもそも収束しないので求めることができない。これはハッブルの宇宙膨張則により宇宙がある 1 点から始まったとされるからである。
正しく求めるにはまず、ハッブルの宇宙膨張則を変形して、

$$\frac{r}{v} = \frac{1}{H_0}(\text{定数})$$

なので宇宙が一点から始まったとすれば宇宙年齢はハッブル定数の逆数である。よって

$$\begin{aligned}
\frac{1}{H_0} &= \frac{1}{70\mathrm{km/s/Mpc}} \\
&= \frac{10^6 \cdot 3 \times 10^{16}}{70 \times 10^3 \cdot 365 \times 24 \times 60 \times 60}\mathrm{year} \\
&= 1.36 \times 10^{10}\mathrm{year}
\end{aligned}$$

よって約 136 億年。

~~※ハッブル宇宙膨張則を求めるとこはもっとちゃんとやらないとダメなのかも。~~
~~なんか資料の最後のほうに載ってるけど今元気ないので後回し~~
資料の説明がお粗末に感じたので自分で書きました。間違っている可能性は多分にあるので指摘待ってます。

7　ビッグバンと宇宙膨張

●ハッブル則

遠い銀河ほど速く遠ざかる、というのがハッブル則である。これはすなわち、時間を巻き戻して考えれば宇宙がある一点から出発したことを示している。

●ヘリウム量

宇宙に存在するヘリウムを、星の核融合反応だけで作るとしても、現在宇宙に存在する量を作ることができない。具体的に太陽によって 100 億年かけて作れるヘリウム量の割合 Y を星の光度から計算すると、

$$
\begin{aligned}
Y &= \left(\frac{100\,\text{億年で太陽から出たヘリウムを作った時のエネルギー}}{\text{全ての水素をヘリウムに変えた時に出るであろうエネルギー}}\right) \\
&= \frac{L_\odot \times 10^{10}\mathrm{yr}}{0.007 M_\odot c^2} \\
&= \frac{3.85 \times 10^{33} \cdot 10^{10} \times 60 \times 60 \times 24 \times 365}{0.007 \cdot 2 \times 10^{33} \cdot (3.0 \times 10^{10})^2} \\
&= 0.096
\end{aligned}
$$

となるが、宇宙には普遍的にヘリウムが $Y = 0.25$ 程度で存在していることからうまく説明できない。さらに星のない場所でもヘリウムの割合は $Y = 0.25$ 程度存在するのでこの説明は適していないと考えられる。

そこで、宇宙初期に温度 10 億度以上密度 $10^{-6}\mathrm{g/cm^3}$ 以上の火の玉宇宙を経過すれば、中性子が陽子と反応し、重水素となり、ついにヘリウムまで合成が可能であるので、ビッグバン宇宙論を用いれば、説明がつく。

● 3K 宇宙背景輻射

3K の宇宙背景放射は以下のように考えるとうまく説明できる。

「宇宙の晴れ上がり」のとき (プラズマがなくなり宇宙が光に対して透明になったとき)、宇宙は約 3000K の黒体輻射で満たされていた (電離水素が中性水素に戻るのが約 3000 度だから)。その後、宇宙は約 1000 倍に膨張し、現在に至っているとすれば、波長も 1000 倍になっているはずであり、ウイーンの変位則により ($\lambda T =$ 一定)、温度は 3000K の 1000 分の一の 3K となるのである。よって現在は 3K の黒体輻射として観測されているのである。ここで宇宙の膨張が 1000 倍というのは赤方偏移から求められる。

宇宙背景輻射は高い精度で一様、かつ等方的でさらに大きなエネルギーを持つので、上記のように考えることで非常に高温高密度の宇宙が膨張とともに温度低下したと考えるビッグバン宇宙論とうまく説明があい、定常宇宙論を否定する大きな材料となっている。

銀河 A の質量を M_A とすると、運動方程式は以下の通り

$$
\begin{aligned}
M_A \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} &= -\frac{GM_r M_A}{r^2} \\
\Longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} &= -\frac{GM_r}{r^2}
\end{aligned}
$$

$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ をかけて積分すると、(M_r は r が変化しても一定なので)

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 = \frac{GM_r}{r} + C_1 \quad (C_1\text{は積分定数})$$

$$C_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{GM_r}{r}$$

右辺は単位質量あたりのエネルギーとなり、左辺は定数であるから、この系の単位質量あたりのエネルギーが保存されていることが示されている。すなわち、この系の全エネルギーは保存されている。この全エネルギーを E とするならば、$E > 0$ の時、

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{GM_r}{r} > 0$$

$$v < -\sqrt{\frac{2GM_r}{r}}, v > \sqrt{\frac{2GM_r}{r}}$$

が任意の時間に満たされる。銀河 A が位置 r の時に正の速度を持っていたので任意の時間で、

$$v > \sqrt{\frac{2GM_r}{r}}$$

である。したがって宇宙は永久に膨張を続ける。

8　ドレイクの式

それぞれの項の意味は以下の通り。

R_*：「天の川銀河」において毎年新しい恒星が生まれる数。われわれの銀河系においては、約 10^{11} 個の恒星があり、銀河系の年齢はだいたい 10^{10} 年なので、R は、平均として、10 個/年とする。

f_p：恒星が太陽系のような惑星系を持つ割合。われわれの銀河系の恒星のうち、半数は連星系をつくっていると考えられている。また、連星系ではない単独の星すべてに太陽系のような惑星系があると考えられる。しかし、質量の大きな恒星は、寿命が短い、などの条件を加味して、50 億年より寿命が長い、太陽程度の星の割合は 0.1 程度であろう。

n_e：ひとつの恒星あたり、地球のように生命発生にとって都合の良い条件を備えた惑星の数。中性子星の表面で生きることのできる生命がいないという証明はできない。しかし、ここでは非常な高温や高密度、あるいは低温下で生きる特別な生物を考えないとすれば、適度な温度、水などの存在が生命発生には必要と考える。そのためには、地球のような温度、水、あるいは大気がある条件の惑星が必要となる。太陽系の場合、地球以外にまだ生命が発見されていないので、ここでは地球だけということで、1 をとることにする。(火星なども可能とすれば、2 を取れるが。)

f_l：生命の発生に適した条件を持つ、ひとつの惑星あたり、生命が発生する確率。地球では、生命が発生しているので、多分 1 として良いであろう。ただし、これは地球のように生命発生に適した条件を備えた惑星には必ず生命が発生するということを仮定している。これ以降のファクターは、天文学、あるいは宇宙物理学の範疇では、解答の出ない問題であり、生物学、あるいは社会科学の分野の問題であろう。しかし、地球で起こったことは、他の惑星でも起こって不思議ではないというのが今のところ妥当であろう。

f_i：生命が発生した場合、その生命が進化して、知的生命になることのできる確率。これも、地球が特別であると考えなければ、1 を採用するのが妥当であるが、安全性を見込んで、0.1 としておく。

f_c：知的生命が、我々地球人のように技術文明をつくり上げることのできる確率。これも他の例を知らないので、地球が特別であると思わない限り、1 を採るのが妥当であるが、やはり、安全性を見込んで、0.1 とする。

L：文明社会の持続する時間。

よって N を見積もると

$$N \sim 10 \times 0.1 \times 1 \times 1 \times 0.1 \times 0.1 \times L \sim 0.01L$$

$L = 100$ の時 $N = 1$

銀河系に我々しかいないことを示す。

$L = 1000$ の時 $N = 10$

銀河系に均一に存在するとすれば、隣の銀河との距離は $2\sqrt{\frac{\pi(5\times10^4)^2}{10}\frac{1}{\pi}} = 3$ 万光年。

$L = 10^6$ の時 $N = 10^4$

銀河系に均一に存在するとすれば、隣の銀河との距離は $2\sqrt{\frac{\pi(5\times10^4)^2}{10^4}\frac{1}{\pi}} = 1000$ 光年。

$L = 10^8$ の時 $N = 10^6$

銀河系に均一に存在するとすれば、隣の銀河との距離は $2\sqrt{\frac{\pi(5\times10^4)^2}{10^6}\frac{1}{\pi}} = 100$ 光年。電波での交信ならば他の地球外生命体と可能な距離である。

地球外文明との通信には電波が適当である、なぜならエネルギー効率が最も良いからである。

また、内容は他の知的生命体にとっても共通である数学的、物理学的、生化学的話題が適切である。二つの素数の和を送信する二進数暗号であれば十分理解可能であろう。

図の解釈について

まず、すぐに分かるのは、図の下の方の像である。多分、この生物らしきものが、このパターンを送って来た知的生命体の姿形であろう。足が短くて、ずんぐりしているから、重力の強い惑星の生物かもしれない。

次に、左側の上から下にかけて並んでいるパターンが、恒星とその周りを回る惑星の大きさと数を表している。大きな四角は恒星 (太陽) を示し、内側から順に、四つの小さな惑星、ひとつの中くらいの惑星、二つの大きな惑星、ひとつの中くらいの惑星、一番外側に小さな惑星の順に並んでいることがわかる。

上側の中央から右にかけて並んでいる二つの大きなパターンは、二つの原子を表している。左側は、一番内側を回る最内殻電子が二つ、その外側を回る電子が四つあるから、原子番号 6 の炭素原子を表している。右側のパターンは、同様に考えて、原子番号 8 の酸素原子を表している。これらから、この惑星の生命のにとって重要な元素は、炭素と酸素であることが判明する。つまり、われわれ地球生命と同じように炭素が主の生命で、酸素を利用することで、生命活動を維持していると想像できる。

残りのパターンを理解することは、パズルのようで結構難しい。しかし、パリティビット付の 2 進数と理解するのが妥当であろう。これは、内側の惑星の右側に順に並んでいるパターンから類推ができる。パリティビットを除くと、惑星の右側に並んでいる数は順に、1=1, 10=2, 11=3,100=4, 101=5 となっている。これを当てはめると、図の升目の一番右側が黒い升目の数が常に奇数になるように設定されたパリティビットであるとすると、上から 2 進数で、 2 番目の惑星に対応した位置のパターンが 101=5 となり、 3 番目の惑星が 1101011010=858 となり、 4 番目の惑星が 1110101010 0101010101 1110101010=約 10 億と対応している。また、知的生命とこの数が斜めの線で結ばれているので、この数は人口を表していると考えられる。第 4 惑星に約 10 億が住み、第 3 惑星には 858 名が移住し、第 2 惑星には、5 名の探検隊が派遣されていると見られる。

右下のパターンは、 2 進数ではなく、知的生命体の身長を表現していると思われる。頭から足までの長さは、真中の数 (パリティビットを差し引いて)、1111=15 を使って、(ある長さの単位を元にしてその) 15 倍程度の大きさであることを示している。長さの単位はこの信号を送って来た電波の波長と考えられるから、それが 10 cm であるとすると、150 cm の身長となり、われわれと同じくらいの大きさであることが判明する。一番下のパターンも、黒の升目が 4 個で奇数ではないので、数ではなく、多分何かの言葉を表すものであろう。生命体の下にあることから、自分自身の名前を示していると考えることもできるが、これだけからは、結論が出ない。この後に続く信号文を解読する必要があるだろう。

図8 - ④ 01通信文の意味

9　まとめ

9.1　暗記事項

- 一天文単位：1.5×10^{11}m
- 1pc(1 パーセク)：3×10^{16}m
- 星の絶対等級:$M = m_0 - \frac{5}{2}\log\left(\frac{F}{f_0}\right)$
- 見かけの等級と絶対等級の関係式：$M - m = 5 - 5\log r$　　(r の単位はパーセク)
- 星の光度：$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ この R は星の大きさ
- エネルギーフラックス：$f = \sigma T^4 = \frac{L}{4\pi r^2}$、この r は星までの距離
- シュバルツシルト半径：$r = \frac{2GM}{c^2}$
- ハッブルの宇宙膨張則：$v = H_0 r$
- ドレイクの式：$N = R_* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_l \cdot f_i \cdot f_c \cdot L$
- 文明が 100 年続く時、銀河系に知的生命体は 1 つだけ (地球だけ)

9.2　第一問対策

どうやら三行と書いてある割には網羅的に書かれていなければならないようなので付随した物事や式なども書いた方が良さそう。超新星爆発の意義、月の起源、ブラックホールの蒸発は特に頻出。最近は色指数と温度の関係、黒体輻射とウィーンの変位則などの出題が増えている。第二問以降でも聞かれる可能性が高いものが多いので一通り目は通しておくべき。(一応頻度順 (終盤は適当))

超新星爆発の意義

恒星の内部で核融合反応によって作られた重元素は超新星爆発によって宇宙空間にばらまかれる。この意味で、超新星爆発には重元素の供給源という意義がある。また、鉄より重い元素のほとんどが超新星爆発に際して形成されることもあり、超新星爆発によって今の宇宙が存在すると言える。(p.54)

ブラックホールの蒸発

ブラックホールは量子論的に考えると粒子・反粒子の対生成によって黒体輻射を出して質量を失っている。この効果は質量が大きいものでは無視できる程度だが、質量が小さくなるほど輻射が激しくなり、最終的に消えてしまう。(p.59,60)

月の起源

月の形成に関する諸説の中で現在最も有力な説にジャイアント・インパクト説がある。46 億年前に地球が形成されて間もなく、火星サイズの原始惑星が原始地球に衝突し、飛散したガスが冷却され、塵となる。塵がジーンズ不安定を起こし、集合して微衛星となり、微衛星が寡占的成長をして、現在の月となった。

チャンドラセカール限界質量

白色矮星は電子の縮退圧によって自身の重力に対抗しているが、縮退圧で支えられる重力の大きさには限界があり、このときの星の質量をチャンドラセカール限界質量という。ガスの降着などにより白色矮星の質量がこの値を超えると、中心の炭素に火が付き Ia 型 (炭素爆燃型) 超新星となる。(p.42,53)

大気の窓

大気はさまざまな波長の電磁波を地上に届く前に吸収してしまうため、地上で宇宙観測を行う場合には大きな障害になっている。大気に吸収されずに地上に届く波長帯のことを大気の窓といい、可視光、赤外線の一部、ミリ波より波長の長い電波などがこれに該当する。(p.27)

核融合反応の安定性

核融合反応率は、pp-チェインの場合も、CNO-サイクルの場合も温度に非常に敏感であり、温度が上がれば反応率もあがる。水素爆弾の場合は、一度火が着いて温度が上がると、それが核反応率を上昇させるので、ますます激しく反応し爆発してしまうが、星は核反応のエネルギーが出て来ると、温度が上がり、圧力が上がるが、そのため星は膨張し、膨張した結果、断熱膨張なので温度が下がり、核反応率が下がってしまう。このため、核燃焼の暴走は無く、安定な核反応が持続する。

セファイド

2 日程度から 200 日程度の周期で明るさが変化する変光星で、周期の対数と平均絶対光度の対数 (あるいは平均絶対等級) の間にほぼ直線的な周期-光度関係があるので、その周期を測ることで、絶対等級 M が分かり、みかけの等級 m から、$M = m + 5 - 5\log d$ より、セファイドまでの距離 d が分かる。年周視差が測定できない遠方の銀河までの距離を測る方法である。

色指数と温度

恒星の放射は黒体放射と近似することができる。黒体放射はプランク分布に従うため、特定の波長帯だけをフィルターで取り出すときの放射強度は全波長での強度と、その物体の温度だけで決まる。色指数 B-V は青の等級から黄緑の等級を引いた値のため、表面温度が高いほど B-V は小さくなるという 1 対 1 の関係にある。(p.18 20)

ビッグバン宇宙の根拠

(1) ハッブル則:天体が遠ざかる速さと、その天体までの距離が正比例するという法則。これはすなわち、宇宙がある 1 点から始まり膨張してきたことを示している。

(2)3K 宇宙背景放射:「宇宙の晴れ上がり」(後述参照) のとき、宇宙は約 3000K の黒体放射で満たされていた。赤方偏移の観測からその後今までに宇宙は約 1000 倍に膨張していることがわかっており、ウィーンの変位則より、宇宙が 1000 倍に膨張すれば波長も 1000 倍となり、温度は 1000 分の 1 の 3K となる。これは、現在観測されている宇宙背景放射の温度に一致している。

(3) ヘリウムの存在量:現在宇宙に存在するヘリウム全てを星の核融合反応だけで作ることは不可能である。しかし、ビッグバン宇宙論を採用すれば、ビッグバンの過程で重水素が作られ、やがてヘリウムが合成されるので、現在のヘリウム存在量を説明することができる。(全て p.64)

3K 宇宙背景輻射

前項を参照。

宇宙の晴れ上がり

誕生直後の高温高圧の宇宙はプラズマ (電離気体) で満たされており、これが光の直進を妨げていた。ビッグバンから 38 万年後、温度が 3000K まで下がったことでばらばらだった電子と原子核が結合して中性化し、光が長距離を直進できるようになった。これが「宇宙の晴れ上がり」である。

ヘルツシュプルングギャップ

(HR 図参照)7 倍太陽質量の星では、HR 図上の C 点に到達した後、熱源を持たないヘリウム中心核はさらに収縮を続け、重力エネルギーを解放するので水素核燃焼がますます盛んになり、水素外層が膨らむ。膨らむことによって表面温度が下がるので、星は HR 図上を、明るさを減少させながら右側へ動いていく。この右へと動いていく時間が星の寿命全体に比べてごく短いため、この領域に存在する星を見つけることは稀である。そのため、この領域をヘルツシュプルングギャップという。(p.46)

重元素の起源

宇宙初期に存在した元素は、水素とヘリウムであったこと。それより重い元素は、星の中で核融合でできたこと。星の中に閉じ込められていたのでは、次の世代の星の中に取り込まれない、あるいはわれわれの体をつくる素にはならないので、超新星爆発で宇宙空間に撒き散らされたこと。の 3 つが書かれていることが最低必要である。

レーダーエコー実験

金星 (火星) が地球にもっとも近付いた時に電波を出して、金星 (火星) 表面に反射して戻って来る時間を測り、地球と金星 (火星) 間の距離を求める実験。これによりケプラー第三法則を使い、以下の連立方程式を解くことで地球軌道の長半径が求まる。地球の軌道半径は年周視差から距離を求める場合の基礎となる。

$$\begin{cases} a_{out} - a_{in} = \dfrac{1}{2} c \cdot t_{echo} & \cdots (1) \\ (a_{in})^3 \left(\dfrac{2\pi}{P_{in}} \right)^2 = GM_\odot & \cdots (2) \\ (a_{out})^3 \left(\dfrac{2\pi}{P_{out}} \right)^2 = GM_\odot & \cdots (3) \end{cases}$$

黒体輻射とウィーンの変位則

完全吸収体 (黒体) と熱平衡にある輻射のことを黒体輻射という。このときエネルギー・フラックスはプランク分布の形で表される。このピークの波長は星の温度がわかると $\lambda = \dfrac{2.9 \times 10^7}{T}$ というウィーンの変位則で与えられる。

線スペクトル

極狭い領域に針のように鋭く分布しているものを、線スペクトルという。線スペクトルには、エネルギー・フラックスが周りよりも、大きいものを輝線、小さくなっているものを吸収線という。

ステファン・ボルツマンの式

黒体輻射スペクトルはプランク分布の形で表すことができ、これを全ての振動数及び恒星の上半面の立体角で積分することでエネルギーフラックスを温度 T の関数 $f = \sigma T^4$ で表すことができる。これをステファンボルツマンの法則もしくはステファンボルツマンの式という。ここで σ はステファン・ボルツマン定数である。これよりエネルギー・フラックスと光度の関係式 $L = 4\pi r^2 f$ より $L = 4\pi R^2 T^4$ が導かれる。

重力レンズ

一般相対論の効果により、光の道筋が曲げられる現象。非常に強い重力場があると、光の進路はその重力場によって曲げられる。光の折れ曲がりの角度 δ は、$\delta = \dfrac{4MG}{c^2 r_0}$ となる。ここで、r_0 は光路が重力源にもっとも近付く距離である。

負の比熱

核融合反応が起こり、温度上昇すると圧力が大きくなり断熱膨張する。すると温度が下がり核融合反応が抑えられる。このように、加えた熱に対して温度が下がって見える場合、負の比熱という。星の核融合反応ではこのような状態になっているため、安定に反応が進む。

縮退圧

極端に温度が低い (絶対零度付近) 星の内部では、熱運動による圧力はゼロになるが、量子力学的な効果による圧力が存在し、これを縮退圧と呼ぶ。縮退圧は通常の密度では無視できるほど小さいものであるが、非常な高密度になると、重力に対抗できる圧力勾配をつくり出すことができる。星の密度が高くなり、温度による圧力より縮退圧が大きくなる場合、略して、『星は縮退する』という。

潮汐力

ある大きさを持った物体が運動するときに、重力を受ける力がある点によって違うため、その物体を引き裂く方向に力が働く。これを潮汐力という。海の潮位の変化は地球と月の潮汐力によるものである。ブラックホールなどの大きな重力を有するものに近づくときには大きく影響する。

pp チェイン

温度が高くなり、陽子の運動エネルギーが大きくなると、正の電荷の反発力に打ち勝ち、お互いが十分近く (10^{-15}m 程度) まで近づくことができる。十分近づいた陽子どうしは、強い力によって合体が可能になる。このように、次々に陽子が合体を繰り返して、最終的にヘリウム原子核になる原子核融合反応を pp チェイン (pp-chain) と呼ぶ。

pp チェインと CNO サイクルの違い

pp チェインは陽子二つを元にして始まる一連の反応であるが、CNO サイクルは炭素、窒素、酸素の原子核を触媒にしてヘリウムを融合させる反応回路のことである。CNO サイクルは原子核の反発力が大きいので pp チェインよりも高い温度が必要で、大体 1.1 倍太陽質量以上の星の内部で行われる。また pp チェインと比べて CNO サイクルは温度に敏感である。

ドレイクの式

宇宙文明の存在数を見積もるための式 $N = R_* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_l \cdot f_i \cdot f_c \cdot L$ のことであり、地球外生命についての国際会議で提案された。この式にそれぞれもっともらしい値を入れることで銀河系の宇宙文明の存在数を算出でき、それを用いることで宇宙文明との距離を求められる。これと電波による通信にかかる距離と比較することで地球外文明との交信可能性を考えられる。L 以外のもっともらしい値を入れると $N \sim 0.01L$ であり、この L である文明の持続する時間は最も不確定性の多いものである。

引用元

このシケプリを作るのにあたって最も参考にしたのは蜂巣先生の教科書である。図及び説明はほとんどこれより引用している。わからなくなった場合や試験とは関係なしに宇宙について学びたい時にはそちらを参照されたい。
また解法については Utaisaku-web に載っている既存のシケプリを元に改良したものも一部載せている。