

数理科学基礎 期末試験問題 (微積) 担当教員: 木田良才

2023 年 6 月 1 日 4 限, 試験時間: 90 分

指定クラス: 1 年 (理一 32-35), B4 版解答用紙 1 枚, 計算用紙 1 枚, 持ち込み不可.

注意: 本用紙記載の問題の解答は, B4 版解答用紙に記すこと. 計算過程や理由を適切な量で記すこと.

- [1] (1) 関数  $\arcsin x$  の定義を述べよ.  
(2) 関数  $\cos(\arcsin x)$  のグラフを描け.
- [2] 微分方程式  $2yy' = 1$  の解で, 区間  $(1, \infty)$  上で定義されるものをすべて求めよ.
- [3]  $\mathbb{R}$  上の関数  $f(x) = \frac{1}{\cos x + 2}$  の原始関数を一つ求めよ.
- [4]  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 + x + y^3 > 0\}$  とし,  $D$  上の関数  $f$  を次で定義する:

$$f(x, y) = (x - 1) \log(1 + x + y^3).$$

- (1)  $D$  を  $xy$  平面内に図示せよ.  
(2) 偏導関数  $f_x, f_y$  を求めよ.  
(3)  $f$  の停留点はいくつ存在するか?  
(4)  $f$  が極大もしくは極小になる点は存在するか?
- [5]  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  を  $(0, \infty)$  上微分可能な関数とし,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$  とする.  
(1) 極限  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$  は存在するか?  
(2) 次は成り立つか?

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists c \in (0, \infty) \quad |f'(c)| < \varepsilon.$$