微分積分学② 試験問題と解答例
(桐木紳 担当分)

2025 年 3 月 14 日

1　はじめに

この文書は、筆者が LaTeX の練習のために作成した文書である。したがって、内容の正当性については一切保証しない。各自精査した上で利用することが望まれる。

2　問題編

以下に、微分積分学②　桐木紳　2 月 03 日 (月) 4 限 の試験問題を記す。

【1】次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_0^1 \sin(\log x)\,dx$　　(2) $\displaystyle\int_0^{2a} x^2\sqrt{2ax-x^2}\,dx$

【2】次の広義積分が収束するか発散するか明らかにせよ。

(1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1-\cos x}\,dx$　　(2) $\displaystyle\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-y^2}\,dxdy$

【3】次の問いに答えよ。

(a)$\mathbb{R}^2$ の有界閉領域が面積確定であることの定義を述べよ。

(b)D_1 を次のように定める。

$$D_1 = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,:\, 0 \leq y \leq x \leq 1\}$$

(a) で答えた定義に沿って D_1 が面積確定であることを示せ。

(c) 上の D_1 に対して、次の積分の値を求めよ。

$$\iint_{D_1} e^{y^2}\,dxdy$$

【4】$D_2 \subset \mathbb{R}^2$ を

$$D_2 = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,:\, x \geq 0, y \geq 0, (x^2+y^2)^2 \leq x^2+2y^2\}$$

と定める。D_2 に対して次の積分の値を求めよ。

$$\iint_{D_2} xye^{1-x^2-y^2}\,dxdy$$

【５】次の問いに答えよ。

(i) e^x の Maclaurin 級数を答え、その収束半径を求めよ。

(ii) $|x| \leq 1$ ならば

$$|e^x - 1 - x| \leq Cx^2$$

を満たす定数 C が存在することを示せ。

(iii) 関数項級数が一様収束することの定義を述べよ。

(iv) 次の関数項級数が $|x| \leq 1$ のとき一様収束することを示せ。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{x}{n}} - 1 - \frac{x}{n} \right)$$

以上

3　解答編

以下に解答例を記す。

【1】次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_0^1 \sin(\log x)\,dx$　　　(2) $\displaystyle\int_0^{2a} x^2\sqrt{2ax-x^2}\,dx$

(1) 部分積分法を用いて愚直に計算する。
(2) $\sqrt{2ax-x^2}=\sqrt{a^2-(a-x)^2}$ となることから、$a-x=a\sin\theta$ と置換する。

(1)

$$\begin{aligned}\int_0^1 \sin(\log x)\,dx &= \int_0^1 1\cdot\sin(\log x)\,dx \\ &= \Big[x\sin(\log x)\Big]_0^1 - \int_0^1 x\cos(\log x)\cdot\frac{1}{x}\,dx \\ &= -\int_0^1 \cos(\log x)\,dx \\ &= -\Big[x\cos(\log x)\Big]_0^1 + \int_0^1 x(-\sin(\log x))\cdot\frac{1}{x}\,dx \\ &= -1-\int_0^1 \sin(\log x)\,dx\end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} 2\int_0^1 \sin(\log x)\,dx &= -1 \\ \Longleftrightarrow \int_0^1 \sin(\log x)\,dx &= -\frac{1}{2} \qquad \cdots\ (\text{答})\end{aligned}$$

(2)

$$\int_0^{2a} x^2\sqrt{2ax-x^2}\,dx = \int_0^{2a} x^2\sqrt{a-(a-x)^2}\,dx$$

ここで、$a-x=a\sin\theta\ \left(-\dfrac{\pi}{2}\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{2}\right)$ と置換すると、

$$
\begin{aligned}
\int_0^{2a} x^2\sqrt{a-(a-x)^2}\,dx &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} (a-a\sin\theta)^2\sqrt{a-(a\sin\theta)^2}\,dx \\
&= \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} (a^2-2a^2\sin\theta+a^2\sin^2\theta)a\cos\theta(-a\cos\theta d\theta) \\
&= a^4\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2\theta-\cos^2\theta\sin\theta+\sin^2\theta\cos^2\theta)\,d\theta \\
&= a^4\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+\cos 2\theta}{2}-\cos^2\theta\sin\theta+\frac{1}{4}\sin^2 2\theta\right)d\theta \\
&= a^4\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\cos 2\theta-\cos^2\theta\sin\theta-\frac{1}{8}\cos 4\theta\right)d\theta \\
&= a^4\left[\frac{5}{8}\theta+\frac{1}{4}\sin 2\theta-\frac{(-\cos\theta)^3}{3}-\frac{1}{32}\sin 4\theta\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \\
&= \frac{5\pi}{8}a^4 \qquad \cdots (答)
\end{aligned}
$$

【2】次の広義積分が収束するか発散するか明らかにせよ。

(1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1-\cos x}\,dx$ (2) $\displaystyle\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-y^2}\,dxdy$

(1) $\cos x \geq 1-\dfrac{x^2}{2}$ であることを利用する。
(2) この問題以降にも登場する、$(x,y)=\Phi(r,\theta)=(r\cos\theta, r\sin\theta)$ の置換を用いる。

(1)

$0\leq x\leq 1$ の範囲において、$\cos x$ の Maclaurin 展開の式より、

$$
\begin{aligned}
\cos x &= 1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\cdots \\
&\geq 1-\frac{x^2}{2}
\end{aligned}
$$

が成り立つ[*1]。このとき、

[*1] 記述では微分して厳密に示す方が良い。

$$
\begin{aligned}
&\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2} \\
\Longleftrightarrow\ & -\cos x \leq -1 + \frac{x^2}{2} \\
\Longleftrightarrow\ & 1 - \cos x \leq \frac{x^2}{2} \\
\Longleftrightarrow\ & \frac{1}{1-\cos x} \geq \frac{2}{x^2} \\
\Longleftrightarrow\ & \frac{x}{1-\cos x} \geq \frac{2}{x}
\end{aligned}
$$

ここで、

$$
\begin{aligned}
\int_0^1 \frac{2}{x}\,dx &= \Big[2\log|x|\Big]_0^1 \\
&= 2\log 1 - \lim_{\epsilon \to +0} 2\log|\epsilon| \\
&= \infty
\end{aligned}
$$

したがって、

$$
\int_0^1 \frac{x}{1-\cos x}\,dx \geq \int_0^1 \frac{2}{x}\,dx = \infty
$$

となるので、$\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1-\cos x}\,dx$ は発散する。

(2)

$(x, y) = \Phi(r, \theta) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$ と置換すると、

$K = \{(r, \theta) : 0 \leq r \leq \infty\, ,\, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ において、

$\Phi(r, \theta)$ の Jacobi 行列は

$$
\begin{aligned}
D\Phi(r, \theta) &= \begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial r}(r\cos\theta) & \dfrac{\partial}{\partial \theta}(r\cos\theta) \\ \dfrac{\partial}{\partial r}(r\sin\theta) & \dfrac{\partial}{\partial \theta}(r\sin\theta) \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta \\ \sin\theta & r\cos\theta \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

よって、

$$
\begin{aligned}
\big|\det D\Phi(r, \theta)\big| &= \big|r\cos^2\theta - (-r\sin^2\theta)\big| \\
&= r
\end{aligned}
$$

であるので、$dxdy = rdrd\theta$ となり、

$$
\begin{aligned}
\iint_{\mathbb{R}} e^{-x^2-y^2}\,dxdy &= \iint_K e^{-r^2}\,rdrd\theta \\
&= \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} re^{-r^2}\,drd\theta \\
&= 2\pi\Big[-\frac{1}{2}e^{-r^2}\Big]_0^{\infty} \\
&= \pi
\end{aligned}
$$

したがって、$\iint_{\mathbb{R}} e^{-x^2-y^2}\,dxdy$ は収束する。

なお、以降の問題解説では特に断りなく $(x,y)=\Phi(r,\theta)=(r\cos\theta, r\sin\theta)$ の置換を行い、$dxdy=rdrd\theta$ の関係を利用する。

【3】次の問いに答えよ。

(a)$\mathbb{R}^2$ の有界閉領域が面積確定であることの定義を述べよ。

(b)D_1 を次のように定める。

$$D_1=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,:\, 0\le y\le x\le 1\}$$

(a) で答えた定義に沿って D_1 が面積確定であることを示せ。

(c) 上の D_1 に対して、次の積分の値を求めよ。

$$\iint_{D_1} e^{y^2}\,dxdy$$

(b) $|\Delta|\to 0$ のときに、上リーマン和と下リーマン和が一致することを示す。

(c) この問題はおそらく数値的にしか解くことができない問題である。今回はマクローリン展開を利用して無限級数の形で表す。ちなみに、もし被積分関数が e^{x^2} であればきれいに積分計算が出来る。

(a)

題意の有界閉領域を D として、$D\subset R$ をみたす長方形の領域 $R\subset\mathbb{R}^2$ を考える。

このとき、特性関数 χ_D を次のように定める。

$$\chi_D(x,y)=\begin{cases}1 & \text{if } (x,y)\in D\\ 0 & \text{if } (x,y)\in R\setminus D\end{cases}$$

このとき、有界閉領域 D が面積確定であることの定義は、

「$\chi_D : R \to \mathbb{R}$ が積分可能であること」

である。

(b)

(a) で答えた定義にしたがって、$\displaystyle\iint_{D_1} \chi_{D_1}(x, y)\, dxdy$ が積分可能であることを示す。

長方形領域と n 個の分割を

$$
\begin{aligned}
R = \big[0, 1\big] \times \big[0, 1\big], \qquad \Delta : 0 &= x_0 < x_1 < \cdots < x_n = 1 \\
0 &= y_0 < y_1 < \cdots < y_n = 1
\end{aligned}
$$

と定義して、分割された各領域とその中の任意の点を、

$$
R_{ij} = \big[x_{i-1}, x_i\big] \times \big[y_{j-1}, y_j\big], \qquad \xi_{ij} \in R_{ij}
$$

と定義する。

まず上リーマン和から考えていく。

$$
\begin{aligned}
U(\chi_{D_1}, R_{ij}) &= \sum_{R_{ij} \in R} \chi_{D_1}(\xi_{ij}) \big(x_i - x_{i-1}\big) \big(y_j - y_{j-1}\big) \\
&= \sum_{\exists \xi_{ij} \in D_1} \big(x_i - x_{i-1}\big) \big(y_j - y_{j-1}\big)
\end{aligned}
$$

このとき、四角形の分割領域のうち、D_1 からはみ出している部分の面積は、x 軸方向と y 軸方向の分割がどちらも n 個であったことを考えると、$x_{i-1} \leq x \leq x_i$ の範囲では

$$
O\left(\frac{1}{n}\right) \times O\left(\frac{1}{n}\right) = O\left(\frac{1}{n^2}\right)
$$

となり、x 軸方向の分割が n 個であるので結局 D_1 からはみ出している部分の総面積は

$$
O\left(\frac{1}{n^2}\right) \times O\left(n\right) = O\left(\frac{1}{n}\right)
$$

となる。よって上リーマン和は、

$$
U(\chi_{D_1}, R_{ij}) = \frac{1}{2} + O\left(\frac{1}{n}\right)
$$

となる。そして、同様に下リーマン和も

$$
\begin{aligned}
L(\chi_{D_1}, R_{ij}) &= \sum_{R_{ij} \in R} \chi_{D_1}(\xi_{ij}) \big(x_i - x_{i-1}\big)\big(y_j - y_{j-1}\big) \\
&= \sum_{\forall \xi_{ij} \in D_1} \big(x_i - x_{i-1}\big)\big(y_j - y_{j-1}\big) \\
&= \frac{1}{2} - O\left(\frac{1}{n}\right)
\end{aligned}
$$

となるので、$n \to \infty$ のとき、$U(\chi_{D_1}, R_{ij}) - L(\chi_{D_1}, R_{ij}) \to 0$ であることから、$\iint_{D_1} \chi_{D_1}(x, y)\, dxdy$ は積分可能で、その値は $\dfrac{1}{2}$ となる。■

(c)

$$
\begin{aligned}
\iint_{D_1} e^{y^2}\, dxdy &= \int_0^1 \int_y^1 e^{y^2}\, dxdy \\
&= \int_0^1 \int_0^x e^{y^2}\, dydx \\
&= \int_0^1 \int_0^x \sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^{2k}}{k!}\, dydx \\
&= \int_0^1 \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^{2k+1}}{(2k+1)k!} \right]_0^x dx \\
&= \int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)k!}\, dx \\
&= \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+2}}{(2k+2)(2k+1)k!} \right]_0^1 \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+2)(2k+1)k!} \qquad \cdots (答)
\end{aligned}
$$

ちなみにこれの数値的な解はおおよそ

$$
\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+2)(2k+1)k!} \simeq 0.6035
$$

となる。

【4】$D_2 \subset \mathbb{R}^2$ を

$$D_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x \geq 0, y \geq 0, (x^2+y^2)^2 \leq x^2+2y^2\}$$

と定める。D_2 に対して次の積分の値を求めよ。

$$\iint_{D_2} xye^{1-x^2-y^2}\, dxdy$$

$(x,y) = \Phi(r,\theta) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$ の置換を用いる。

$(x,y) = \Phi(r,\theta) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$ と置換すると、D_2 は

$$\begin{aligned}
&K_2 = \left\{(r,\theta) \,:\, r \geq 0,\ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2},\ (r^2)^2 \leq r^2 + r^2\sin^2\theta\right\} \\
\iff &K_2 = \left\{(r,\theta) \,:\, r \geq 0,\ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2},\ r^2 \leq 1 + \sin^2\theta\right\} \\
\iff &K_2 = \left\{(r,\theta) \,:\, 0 \leq r \leq \sqrt{1+\sin^2\theta},\ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2},\ \right\}
\end{aligned}$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned}
\iint_{D_2} xye^{1-x^2-y^2}\, dxdy &= \iint_{K_2} r\cos\theta\, r\sin\theta\, e^{1-r^2}\, rdrd\theta \\
&= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\cos\theta \int_0^{\sqrt{1+\sin^2\theta}} r^3 e^{1-r^2}\, drd\theta
\end{aligned}$$

ここで、$\displaystyle\int_0^{\sqrt{1+\sin^2\theta}} r^3 e^{1-r^2}\, dr$ について

$1-r^2 = t$ と置換すると、

$$\begin{aligned}
\int_0^{\sqrt{1+\sin^2\theta}} r^3 e^{1-r^2}\, dr &= \int_1^{-\sin^2\theta} (1-t)e^t \left(-\frac{dt}{2}\right) \\
&= \frac{1}{2}\int_{-\sin^2\theta}^{1} (1-t)e^t\, dt \\
&= \frac{1}{2}\Big[(2-t)e^t\Big]_{-\sin^2\theta}^{1} \\
&= \frac{1}{2}\left\{e - (2+\sin^2\theta)e^{-\sin^2\theta}\right\}
\end{aligned}$$

よって、求める値は

$$
\begin{aligned}
\iint_{D_2} xye^{1-x^2-y^2}\,dxdy &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\cos\theta\cdot\frac{1}{2}\left\{e-(2+\sin^2\theta)e^{-\sin^2\theta}\right\}\,d\theta \\
&= \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(e\cdot\sin\theta-2\sin\theta\cdot e^{-\sin^2\theta}-\sin^3\theta\cdot e^{-\sin^2\theta}\right)(\cos\theta\,d\theta) \\
&= \frac{1}{2}\left[\frac{e}{2}\sin^2\theta+e^{-\sin^2\theta}+\frac{1}{2}(\sin^2\theta+1)e^{-\sin^2\theta}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
&= \frac{e}{4}+\frac{1}{e}-\frac{3}{4} \qquad \cdots(答)
\end{aligned}
$$

【5】次の問いに答えよ。

(i) e^x の Maclaurin 級数を答え、その収束半径を求めよ。

(ii) $|x| \leq 1$ ならば

$$|e^x - 1 - x| \leq Cx^2$$

を満たす定数 C が存在することを示せ。

(iii) 関数項級数が一様収束することの定義を述べよ。

(iv) 次の関数項級数が $|x| \leq 1$ のとき一様収束することを示せ。

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(e^{\frac{x}{n}} - 1 - \frac{x}{n}\right)$$

(i) 定義にしたがって計算する。

(ii) e^x の Maclaurin 級数を利用する。

(iv)(ii) を用いるために、$\dfrac{x}{n} = t$ とおく。

(i)

e^x の Maclaurin 級数は

$$
\begin{aligned}
e^x &= 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots \\
&= \sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!} \qquad \cdots(答)
\end{aligned}
$$

収束半径は $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!}=\sum_{k=0}^{\infty}a_k x^k$ として

$$
\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty}\frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} &= \lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{1}{|n!|}}{\dfrac{1}{|(n+1)!|}} \\
&= \lim_{n\to\infty}|(n+1)| \\
&= \infty
\end{aligned}
$$

よって、収束半径は ∞ 　　$\cdots$(答)

(ii)

e^x の Maclaurin 級数は $e^x = 1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \cdots$ なので、

$$
\begin{aligned}
e^x - 1 - x &= \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots \\
\Longrightarrow\ |e^x - 1 - x| &= \left|\frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots\right| \\
&\leq \frac{|x^2|}{2!} + \frac{|x^3|}{3!} + \frac{|x^4|}{4!} + \cdots \\
&\leq \frac{|x^2|}{2!} + \frac{|x^2|}{3!} + \frac{|x^2|}{4!} + \cdots \qquad (\because |x| \leq 1) \\
&= x^2\left(\frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots\right) \\
&= x^2\left(-2 + \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\right) \\
&= x^2(-2 + e^1) \\
&= (e-2)x^2
\end{aligned}
$$

よって、$|e^x - 1 - x| \leq (e-2)x^2$ となるので、$|e^x - 1 - x| \leq Cx^2$となる C が存在することが示された。

■

(iii)

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ が定義域 I で一様収束とは、

「$\forall \epsilon > 0,\ \exists n_0 \in \mathbb{N}\, s.t.\, \forall m, n > n_0\ (m > n),\ \forall x \in I,\ |f_{n+1}(x) + f_{n+2}(x) + \cdots + f_m(x)| < \epsilon$」

となることである。

(iv)

$e^{\frac{x}{n}} - 1 - \dfrac{x}{n}$ について $\dfrac{x}{n} = t$ とおくと、$|x| \leq 1 \implies |t| \leq \dfrac{1}{n} \leq 1$ で、(ii) より

$$|e^t - 1 - t| \leq Ct^2 \leq C\left(\frac{1}{n}\right)^2$$

となる。ここで、$f_n(x) = e^{\frac{x}{n}} - 1 - \dfrac{x}{n},\ a_n = C\left(\dfrac{1}{n}\right)^2$ とすると

$$|f_n(x)| \leq a_n \tag{1}$$

が成り立つ。続いて、$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ について考えると、$\displaystyle\int_1^{\infty} C\left(\frac{1}{x}\right)^2 dx = \left[C\left(-\frac{1}{x}\right)\right]_1^{\infty} = C$ で、広義積分が収束するので、積分判定法より $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は収束する。したがって、

$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}\ s.t. \forall m, n > n_0\,(m > n),\ a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_m < \epsilon \tag{2}$$

が成り立つ。

では、問われている関数項級数が一様収束することを示す。(iii) より示す事柄は

「$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}\, s.t. \forall m, n > n_0\,(m > n), \forall |x| \leq 1, |f_{n+1}(x) + f_{n+2}(x) + \cdots + f_m(x)| < \epsilon$」 (3)

である。$|f_{n+1}(x) + f_{n+2}(x) + \cdots + f_m(x)|$ について

$$\begin{aligned}|f_{n+1}(x) + f_{n+2}(x) + \cdots + f_m(x)| &\leq |f_{n+1}(x)| + |f_{n+2}(x)| + \cdots + |f_m(x)| \\ &\leq a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_m \qquad (\because (1)\ \text{式}) \\ &< \epsilon \qquad (\because\ \text{条件}\ (2))\end{aligned}$$

よって (3) が示されたので題意が満たされた。■

4　感想・LaTeX について

この文書はもともと LaTeX の練習のために作成したもので、内容については重視していないが、題材にしたテストの難易度についても一応少し触れておく。問題自体は標準的な問題から厳しい問題まで揃っており、これは過去問の傾向通りの出題であったと言える。この傾向が来年以降も続くとすれば、比較的平易な前半部分の計算を確実に得点して、残りの問題で 1〜2 問あわせるのが良い戦略となるだろう。毎年、答えを出すことが困難である問題が一問は見受けられるので、そのことを念頭に置くだけで解く際の気持ちの持ちようがずいぶん変わると思われる。

この文章を書いている現在 (2025 年 02 月 17 日)、テストが終わって LaTeX を勉強するぞと決心してから 2 週間弱経ってしまった。今回の文書作成は一からのスタートで、個人的に一番苦労したと感じるのは環境構築である。当初、LaTeX のインストールから始めなければいけない状況で、様々なサイトを参考にしながら構築を進めていったが、何回やってもサイト内には出てくるファイルが自身の PC には見当たらなかったり、意味不明なエラーが出てアンインストールとインストールを繰り返したり、とにかく今もどうして動いているのか分からないまま VSCode でコードを書いている。最終的に参考にした YouTube の 動画には本当に感謝している。また、執筆中にも多くのエラーに悩まされた。コンパイルエラーのログが表示されてもよくわからないので、該当する場所を削除したり追加することで原因を探るしかなく、非常に苦労した。始めの方によくあった困難は、文中に数式を挿入するときの間違いで、その場合は$ $\cdots$ $の形で表示しないとコンパイルエラーが起こるので、何のことか分からないまま試行錯誤していた。このような決まったルールを知らないまま執筆するのは、壁にぶつかる度に新しい学びの喜びが得られる反面、それなりに大変に感じた。また、執筆中のエラーで頻発したものとしてはパッケージに関するものがある。今回は amsmath, amssymb, amsfonts, ascmac, hyperref パッケージを使用して文書作成を行った。プリアンブルにこれらのパッケージを記述することを忘れているとコマンドを入力した際にエラーが出るわけであるが、前述した通り予備知識ゼロで LaTeX に挑んだため、結果として文法ミスが無いのにエラーが出て非常に困ったという事態に陥ってしまった。LaTeX 初心者に多くみられるミスというわけではないが、これから LaTeX を書き始める人には留意されたし。

ここからは文書の各部分について LaTeX の解説を簡潔に行う。まずは問題編である。この部分の作成にあたって、元の試験問題もおそらく LaTeX で書かれているのでほぼほぼレイアウトから何まで再現することができた。なので、実際の試験問題もこの問題編と同じスタイルと思ってもらって差し支えない。基本的に数式の記述は文中で用いるインライン数式を使用した。その際、インテグラルの大きさを他の文字より大きく表示するために `\displaystyle` を付けている。また、各問題番号の前にあるインデントは全て全角スペースで調整している。今後はなにかしら他の手段で自動的にインデントを付けられるようにしたい。

解答編では、共通して screen 環境で各問題文を囲み、shadebox 環境でその問題に対する指針を示した。また、基本的に数式の記述には、等号の列を揃えるために align*環境を用いた。設問【２】の (2) では行列を pmatrix 環境で書いているが、その際に各要素を`\displaystyle` で表示して、2 行目を空白とした 3 行 2 列の行列とすることによって見やすい形になっている。設問【３】の (a) では場合分けの｛を記述するために cases 環境を使用した。残りの部分は基本的なスタイルで書かれている。

最後に LaTeX 文書作成の感想を述べて終わりとする。個人的な話になるが 1A セメスターでは履修点のために情報システム工学概論という、授業に関連したレポートを 3 回提出する授業を取っていたのだが、そのレポート作成時に数式を取り扱うことが多く、こういう時に LaTeX が使えたらなあと何度も思う瞬間があった。実際 LaTeX を勉強してみると思ったよりかは直感的な操作ができて、良くも悪くも書いたコード通り動くのでそういうところは正直 word よりも、動かしている感が出て好みであった。この文書作成を通じてレポートに使えるレベルに LaTeX の能力が成長したのかは分からないが、どうせ今後も論文作成など多くの場面で使うことになるだろうし、この暇なときに一通り触って遊べたのはすごくよかったと思う。

2025 年 3 月 14 日 追記：微分積分学②は 99 優上だった。正解した (と勝手に思っている) 問題は【１】(1),(2)【２】(2) 【３】(a)(b) 【４】【５】(i),(iii),(iv) で、他の問題に対しても一応すべての解答欄は埋めた。参考になれば幸いである。