科目：力学 A　教員：高木 隆司　日時：7 月 28 日 3 時限　試験時間：90 分　指定クラス：理科一類 26–28 組　解答用紙：3 枚　計算用紙：2 枚　持込：無

問題文が不正確・不明確だと判断した場合は、適宜自分で修正して答えること。必要な場合は、$x=a$ まわりでの Taylor 展開の表式 $f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(a)}{2}(x-a)^2+\frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3+\ldots$ を用いてよい。

1. 質量 m の質点が $F(t)=F_0\sin(\omega t)$ (ω, F_0 は正の定数) の力を x 方向に受けて運動している。質点は時刻 $t=0$ で $x=0$ において静止していた。任意の時刻 t における位置 $x(t)$ を求めよ。また、$x(t)$ の t についての概形を図示し、$t\sim 0$ での $x(t)$ の振る舞いを t についての最低次（leading order）まで求めよ。

2. 質量 m の質点の 1 次元ポテンシャル $V(x)$ のもとでの運動のイメージとして、図 1 の様に y 方向下向きの重力下にある $x-y$ 平面内の $y=\frac{V(x)}{mg}$ の曲線上に質点が置かれている描像が用いられることがある。ここでは、この描像が定量的に正しいのか、つまり $y=\frac{V(x)}{mg}$ の曲線上を重力下（重力加速度 g）で運動する質点の x 座標が、1 次元ポテンシャル $V(x)$ のもとでの運動による x 座標と一致するのかを考えたい。

   (a) この描像が一般には誤っていることを例を用いて説明せよ。

   (b) これらの設定の関係を定量的にみてみよう。図 1 の重力下の設定において y 方向の運動方程式を考えることで、位置 x における垂直抗力を y 方向の加速度 $\ddot{y}$ を含む形で表せ。

   (c) x 方向の加速度 $\ddot{x}$ を y 方向の加速度 $\ddot{y}$ を含む形で表し、1 次元ポテンシャル下の運動との違いを議論せよ。

   (d) 1 次元ポテンシャル $V(x)$ の安定釣り合い点近傍では、重力下における運動の描像が有効であることを説明せよ。

3. (a) 加速度系における見かけの力とは何かを説明せよ。また、見かけの力の一般的な表式を導出する方法を、導出の論理がわかる様に答えよ。

   (b) 図 2 の様に、角度 θ、辺の長さ l の円錐が水平面上に置かれている。鉛直上向きを z 正方向とする。円錐は頂点 O を固定点として、水平面上を一定の周期で滑らずに回転して（転がって）いる。この運動は、それぞれの時刻において円錐と水平面が接する接地線を軸とした、角速度 $\vec{\omega}$ の瞬間的な回転が連続したものとみることができる。ここで、角速度の大きさ $|\vec{\omega}|=\omega$ は常に一定で、$\vec{\omega}$ の向きのみが変化している。ある時刻 t において、接地線上の頂点 O から距離 l の位置にある点を P としたとき、接地線を軸とした角速度 $\vec{\omega}$ の回転系において、点 P にある質量 m の質点にはたらく見かけの力を求めよ。

   (c) 静止系からみた時の P の z 方向の加速度を求め、それを用いて静止系において P にある質量 m の質点にはたらく z 方向の力を求めよ。

   (d) 前問 (b), (c) の関係を議論し、物理的考察を与えよ。

4. 図 3 の様な、時刻 $t=0$ に $x-y$ 平面内にある（z 方向の厚さが無視できる）質量 m、短辺 $2a$、長辺 $2b$ の長方形の剛体を考える。ここで重力は無視する。

   (a) 2 短辺の中点を通る直線を (A)、2 長辺の中点を通る直線を（B）とする時、（A）（B）それぞれのまわりの慣性モーメントを求めよ。

   (b) x 軸から測った角度が θ $(0\le\theta\le\pi/2)$ で原点を通る直線を (C) とする。時刻 $t=0$ において (C) のまわりに角速度の大きさ ω で剛体が回転していた時の、$t=0$ における剛体の原点周りの角運動量を求めよ。

   (c) 直線 (C) のまわりに一定の角速度の回転を続けるために必要な外力がゼロとなる a, b, θ の条件を理由も含めて答えよ。

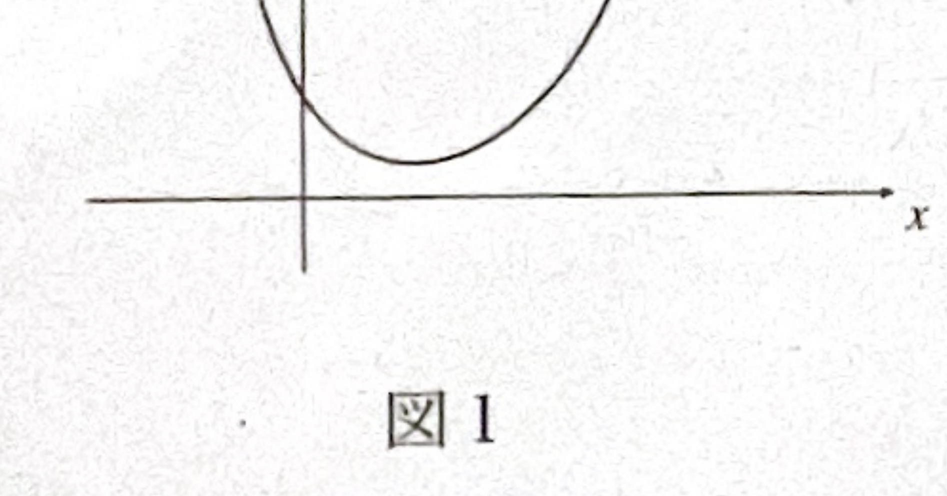

図 1

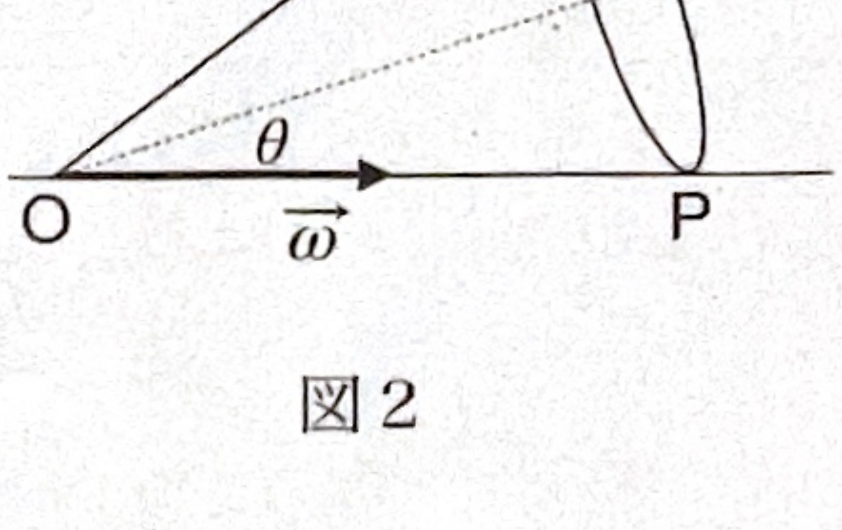

図 2

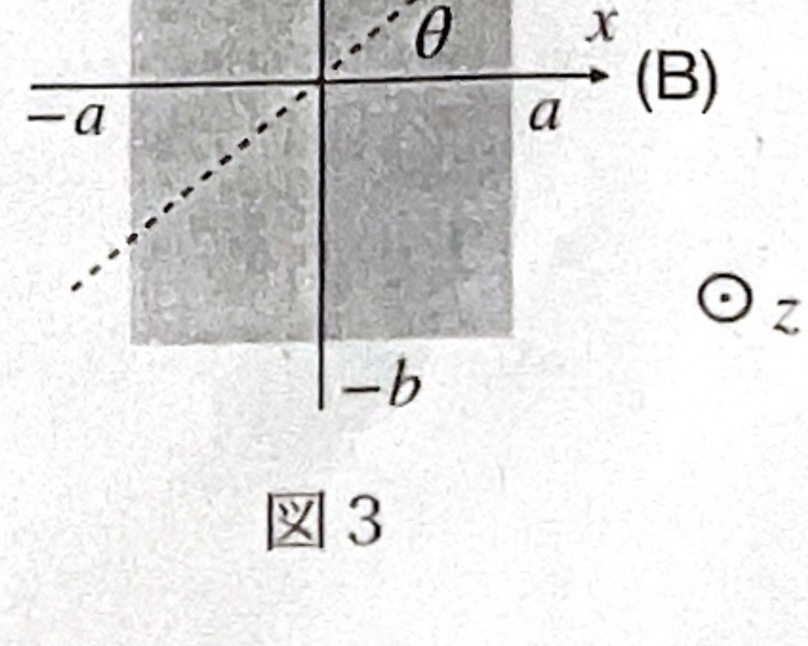

図 3