

令和7年度 基礎統計(月5) 期末試験問題

担当 倉田 博史

注意: 制限時間 60 分。電卓のみ持込可(関数電卓可)。解答に至るまでのプロセスも過不足なく記述すること。四捨五入等は適宜行ってよい。

標準正規分布 $N(0, 1)$ の上側 5% 点は 1.64、上側 2.5% 点は 1.96 とせよ。また、自由度 15 の t 分布の上側 2.5% 点は 2.13、上側 5% 点は 1.75、自由度 16 の t 分布の上側 2.5% 点は 2.12、上側 5% 点は 1.74 とし、自由度 15 の χ^2 分布の上側 2.5% 点は 27.49、上側 5% 点は 25.00、自由度 16 の χ^2 分布の上側 2.5% 点は 28.85、上側 5% 点は 26.30 とせよ。なお、計算の簡単化のため幾つかの数字は若干変更している。

問1 以下の各問に答えよ。

(1) ある人は X 社、Y 社、Z 社という 3 つの会社の株をそれぞれ 1 株、2 株、3 株所有している。従って、これら 3 社の明日の株価をそれぞれ X, Y, Z とすれば、この人の明日の資産額は $T = X + 2Y + 3Z$ となる。 X, Y, Z は互いに独立にそれぞれ正規分布 $N(10, 4), N(15, 8), N(20, 12)$ に従うとすると、 T の分布は何か。(答のみでよい)

(2) 確率 $P(T > 118)$ を求めよ。但し、 $Z \sim N(0, 1)$ に対して $\Phi(a) = P(Z \leq a)$ と定義する。下表の値を用いよ。

$\Phi(1.4)$	0.919
$\Phi(1.5)$	0.933
$\Phi(1.6)$	0.945
$\Phi(1.7)$	0.955
$\Phi(1.8)$	0.964
$\Phi(1.9)$	0.971
$\Phi(2.0)$	0.977

(3) X 社と Y 社は独立ではないとし、共分散 $C(X, Y) = -1.1$ とすると $V(X + Y)$ は幾らか。(答のみでよい)

問2 以下の各問に答えよ。答案では、平均と標準偏差に対しそれぞれ \bar{x} と s という記号を断りなく使ってよい。

(1) 乗用車による重大事故の記録から、シートベルトを着用していたものと着用していなかったもののそれぞれ 60 件と 40 件を無作為に選び、運転者の負傷の度合いについて調べたところ下表を得た。シートベルトを着用することによって負傷の度合いがどれほど軽減されるかを簡潔に述べよ。

シートベルト \ 負傷の度合い	負傷の度合い		計
	軽度	重度	
着用	40	20	60
非着用	10	30	40
計	50	50	100

(2) データ x とデータ y の分布の特徴の比較を簡潔に述べよ。

データ x : 1, 1, 1, 5, 5, 5; データ y : 1, 2, 3, 3, 4, 5

(3) 下記は日本の 10 歳、12 歳、14 歳の男子の身長(単位は cm)の平均と標準偏差である(単位は cm)。身長はばらつき具合(個人差)の推移について簡潔に述べよ。

10 歳: 平均 140.0, 標準偏差 5.4;

12 歳: 平均 154.0, 標準偏差 6.0;

14 歳: 平均 166.0, 標準偏差 6.3.

(4) A 君は英語と数学の試験のどちらも 70 点を取った。学年全体の平均と分散はそれぞれ次の通りであった。A 君の成績について簡潔にコメントせよ。

英語: 平均 50 点, 分散 225; 数学: 平均 40 点, 分散 400.

(5) データ x_1, x_2, \dots, x_n の歪度の定義を書き、その読み方を簡単に説明せよ。

(6) 確率変数 X, Y が無相関であることの定義を述べよ。

(7) 独立性と無相関性の関係を簡潔に述べよ。

(8) X, Y は独立であるとする。 $E(X^2Y) = 10, V(X) = 1, E(X) = 2$ とする。このとき、 $E(Y)$ の値は幾らか。

問3 ある品種の花では $p = 0.002$ の確率で新種ができる。2000 株の花のうち X 株が新種であるとする。 X の確率分布をポアソン分布 $Po(\lambda)$ で表す。計算の際には、下記の近似値を用いよ。

$$e^{-1} = 0.37, e^{-2} = 0.14, e^{-3} = 0.05, e^{-4} = 0.02$$

(1) λ として最も適切な値は幾らか。(答のみでよい)

(2) 新種の数が 2 株以下である確率を求めよ。

(3) 新種があるということが分かっているときそれが 2 株以下である確率を計算せよ。

問4 X_1, X_2, \dots, X_n は一様分布 $U(0, 1)$ からの無作為標本であるとする。標本の大きさ n は十分に大きいとする。このとき、標本平均 \bar{X} はどのような確率分布に従うか。

問5 X_1, X_2, \dots, X_{16} は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ で表される母集団からの大きさ 16 の無作為標本であるとする。標本平均を \bar{X} 、不偏標本分散を s^2 と表す。 \bar{X} と s^2 の実現値はそれぞれ 55 と 64 であるとする。下記の空欄を埋めよ。

(1) 母平均 μ について、 $H_0: \mu = 50$ 対 $H_1: \mu > 50$ を有意水準 5% で検定する。検定統計量を A と置くと、 $A = (ア)$ であり、 A が次の不等式 (イ) を満たすときに帰無仮説を棄却する。 A の実現値は (ウ) であるから、帰無仮説は (エ) される。

(2) 母分散 σ^2 について、 $H_0: \sigma^2 = 40$ 対 $H_1: \sigma^2 > 40$ を有意水準 5% で検定する。検定統計量を B と置くと、 $B = (オ)$ であり、 B が次の不等式 (カ) を満たすときに帰無仮説を棄却する。 B の実現値は (キ) であるから、帰無仮説は (ク) される。