

# 東京大学教養学部前期課程

## 基礎統計

担当：宇佐美 嘉弘

### 学期末試験

解答（問 1～3）

問 1

(1)

☆X 社の場合

- ・ 平均…  $(17+8+14+16+10) / 5 = 13$
- ・ 分散…  $\{(17 - 13)^2 + (8 - 13)^2 + (14 - 13)^2 + (16 - 13)^2 + (10 - 13)^2\} / 5 = 12$
- ・ 標準偏差…  $\sqrt{12} = 3.464 \cdots \div 3.46$

☆Y 社の場合

- ・ 平均…  $(15+11+18+12+9) / 5 = 13$
- ・ 分散…  $\{(15 - 13)^2 + (11 - 13)^2 + (18 - 13)^2 + (12 - 13)^2 + (9 - 13)^2\} / 5 = 10$
- ・ 標準偏差…  $\sqrt{10} = 3.162 \cdots \div 3.16$

(2)

共分散…

$$\begin{aligned} & \{(17 - 13)(15 - 13) + (8 - 13)(11 - 13) + (14 - 13)(18 - 13) + (16 - 13)(12 - 13) + \\ & (10 - 13)(9 - 13)\} / 5 \\ & = \{4 \times 2 + (-5) \times (-2) + 1 \times 5 + 3 \times (-1) + (-3) \times (-4)\} / 5 \\ & = 6.4 \end{aligned}$$

$$\text{相関係数} \cdots \frac{6.4}{\sqrt{12} \times \sqrt{10}} = 0.585 \cdots \div 0.59$$

問 2

甲乙製薬の薬を用いて副作用が起きた人の割合…  $0.70 \times 0.003 = 0.0021$

丙丁製薬の薬を用いて副作用が起きた人の割合…  $0.30 \times 0.005 = 0.0015$

副作用が起きた人の割合…  $0.0021 + 0.0015 = 0.0036$

以上より、副作用が起きた患者のうち、甲乙製薬の薬を用いている人の割合は、

$$\frac{0.0021}{0.0036} = 0.5833$$

答：58.3%

問3

$X \sim N(120, 144)$ 、 $Z \sim N(0, 1)$

(1)

$$P(X < 126) = P\left(\frac{X - 120}{\sqrt{144}} < \frac{126 - 120}{\sqrt{144}}\right) = P(Z < 0.5) = \Phi(0.5) = \mathbf{0.691}$$
$$\mathbf{0.691} \times 342 = 236.322$$

※別解

$$P(X \leq 125) = P(Z < 0.42) = \Phi(0.42) = \mathbf{0.663}$$
$$\mathbf{0.663} \times 342 = 226.746$$

答：236 人または 227 人

(2)

$$P(126 \leq X < 132) = P\left(\frac{126 - 120}{12} \leq \frac{X - 120}{12} < \frac{132 - 120}{12}\right)$$
$$= P(0.5 \leq Z < 1)$$
$$= \Phi(1) - \Phi(0.5)$$
$$= 0.841 - 0.691$$
$$= \mathbf{0.150}$$

$$\mathbf{0.150} \times 342 = 51.3$$

※別解

$$P(X \leq 131) = P(Z < 0.92)$$
$$= \Phi(0.92)$$
$$= \mathbf{0.663}$$

$$\mathbf{0.663} \times 342 = \mathbf{280.782}$$

$$\mathbf{281} - 227 = 54$$

答：51 人または 54 人

(3)

$$P(132 \leq X) = 1 - \Phi(1)$$
$$= 1 - 0.841$$
$$= \mathbf{0.159}$$

$$\mathbf{0.159} \times 342 = 54.378$$

※別解

余事象を考えて、

$$342 - 236 - 51 = 55$$

$$342 - 227 - 54 = 61$$

答：54 人、55 人または 61 人

(4)

$$\frac{342-17}{342}=0.9502\cdots$$

正規分布表より、 $\Phi(1.65)=0.951$  であるから、 $1.65 \times 12 + 120 = 139.8$  より、特に重大であるとする基準の検査値は 140 となる。

$\Phi(1.64)=0.949$  より、 $1.64 \times 12 + 120 = 139.68$  より、139 も正解としている。

問 4

(1)

$0.2 \leq p \leq 0.3$  の範囲で、 $p(1-p)$  を最大にするのは、 $p=0.3$  のときである。

$$n = 1.96^2 \times \frac{0.3 \times (1-0.3)}{0.04^2} = 504.21$$

より、小数を切り上げて 505 人とする。

答: 505 人

(2)

$p(1-p)$  を最大にするのは、 $p=0.5$  のときなので

$$n = 1.96^2 \times \frac{0.5 \times (1-0.5)}{0.04^2} = 600.25$$

より、小数を切り上げて 601 人とする。

答: 601 人

問 5

(1)

この検定は左片側検定である。有意水準とは帰無仮説が正しいとき、すなわち母集団分布が  $N(53, 135)$  であるときに、誤って帰無仮説を棄却する確率であり、ここでは  $0.01(1\%)$  としている。 $\mu_0=53$  および  $z_\alpha=z_{0.01}=2.33$  として、

$$\mu_0 - z_\alpha \sqrt{\sigma^2/n} = 53 - 2.33 \sqrt{135/15} = 53 - 6.99 = 46.01$$

より、 $X_{\text{average}} < 46.01$  であれば帰無仮説を棄却する。

第 2 種の誤りを犯す確率は、母集団分布が  $N(46, 135)$  であるときの次の確率に等しい。

$$P(X_{\text{average}} \geq 46.01) = P\left(\frac{X_{\text{average}} - 46}{\sqrt{135/15}} \geq \frac{46.01 - 46}{\sqrt{135/15}}\right) = P(Z \geq 0.0033\cdots)$$

ここで、 $Z \sim N(0, 1)$  である。したがって、正規分布表より  $P(Z \geq 0.00) = 0.5$  となる。

答: 0.5

なお、正規分布表より、 $z_{\alpha}=z_{0.01}$  の値として 2.31、2.32、2.34 を用いても正解とした。計算によっては、0.5 にならず、0.49 や 0.51 になる場合もあるが、それらも正解としてある。

(2)

母集団分布が  $N(53,135)$  であるときに、第2種の誤りを犯さない確率が検出力であるから、 $P(\bar{X}_{\text{average}} < 46.01) = 1 - 0.5 = 0.5$  となる。

**答:0.5**

## 問 6

・仮説の設定

$$H_0: \mu = 31$$

$$H_1: \mu \neq 31$$

この場合は左側検定になる。

・検定統計量  $t$

$\bar{X}_{\text{average}} = 28$ 、 $\mu = 31$ 、 $n = 36$ 、 $s^2 = 81$  より、

$$t = \frac{\bar{X}_{\text{average}} - \mu}{\sqrt{s^2/n}} = \frac{28 - 31}{\sqrt{81/36}} = -2$$

・棄却域の設定

$$\text{自由度は } 36 - 1 = 35$$

$$t_{0.05}(35) = 1.690$$

・結論

$H_0$  を棄却する。1 回あたりの給油量は減ったと考えられる。

## 問 7

・仮説の設定

$$H_0: \text{母平均は等しい}$$

$$H_1: \text{母平均は等しくない}$$

この場合は両側検定になる。

・プールした分散

$$\frac{(24-1) \times 400^2 + (18-1) \times 600^2}{24+18-2} = 245000$$

・検定統計量  $t$

$$t = \frac{7100 - 6700}{\sqrt{245000 \left( \frac{1}{24} + \frac{1}{18} \right)}} = 2.5917 \cdots \div 2.592$$

・棄却域の設定

自由度は  $24+18-2=40$

$$t_{0.025}(40) = 2.021$$

・結論

$H_0$  を棄却する。2つの地区の平均は等しくない。

## 問 8

・仮説の設定

$H_0$  : 支持している政党と景気対策を高く評価する政党の関係は独立である。

$H_1$  : 支持している政党と景気対策を高く評価する政党の関係は独立でない。

・理論値

ここでは、簡略化のため、(支持している政党, 景気対策を評価する政党) と表す。たとえば、(A,B) は、A 党を支持していて、B 党の景気対策を高く評価している、ということである。ただし、支持する政党がない、またはいずれの景気対策も評価しない場合、×と表すことにする。

理論値は以下のように求められる。

$$(A,A) \quad 130/300 \times 110/300 \times 300 = 47.6 \div 48$$

$$(A,B) \quad 120/300 \times 110/300 \times 300 = 44$$

$$(A,\times) \quad 110-48-44=18$$

$$(B,A) \quad 130/300 \times 90/300 \times 300 = 39$$

$$(B,B) \quad 120/300 \times 90/300 \times 300 = 36$$

$$(B,\times) \quad 90-39-36=15$$

$$(\times,A) \quad 130-48-39=43$$

$$(\times,B) \quad 120-44-36=40$$

$$(\times,\times) \quad 50-18-15=17$$

表にすると次のようになる。

		景気対策を高く評価する政党			計
		A 党	B 党	いずれも評価しない	
支持している政党	A 党	48	44	18	110
	B 党	39	36	15	90
	なし	43	40	17	100
計		130	120	50	300

- ・検定統計量

$$\chi^2 =$$

$$\begin{aligned} & (70 - 48)^2 / 48 + (27 - 44)^2 / 44 + (13 - 18)^2 / 18 + (22 - 39)^2 / 39 + (52 - 36)^2 / 36 + \\ & (16 - 15)^2 / 15 + (38 - 43)^2 / 43 + (41 - 40)^2 / 40 + (21 - 17)^2 / 17 \\ & = 34.173 \div 34.17 \end{aligned}$$

- ・棄却域の設定

$$\text{自由度は } (3-1) \times (3-1) = 4$$

$$\chi^2_{0.01}(4) = 13.28$$

- ・結論

$H_0$ を棄却する。支持している政党と景気対策を高く評価する政党の関係は独立でない。

## 問 9

(1)

- ・自動車のタイプの主効果

$H_0$  : 3つの自動車のタイプのそれぞれの社会的誇示欲求度の平均はすべて等しい。

(自動車のタイプの主効果は有意でない)

$H_1$  : 3つの自動車のタイプのそれぞれの社会的誇示欲求度の平均はすべて等しいとはいえない。

(自動車のタイプの主効果は有意である)

- ・自動車のメーカーの主効果

$H_0$  : それぞれのメーカーの社会的誇示欲求度の平均はすべて等しい。

(自動車のメーカーの主効果は有意ではない)

$H_1$  : それぞれのメーカーの社会的誇示欲求度の平均はすべて等しいとは言えない。

(自動車のメーカーの主効果は有意である)

- ・交互作用効果

$H_0$  : 自動車のタイプとメーカーの間に交互作用はない。 (交互作用効果は有意でない)

$H_1$  : 自動車のタイプとメーカーの間に1つ以上の交互作用がある。

(交互作用効果は有意である)

(2)

変動要因	変動	自由度	分散	F 値	棄却域の臨界値
自動車のタイプ	576	2	288.000	2.485 $\div$ 2.49	3.11
自動車のメーカー	4080	3	1360.000	11.735 $\div$ 11.74	2.71
—					
交互作用	496	6	82.666	0.713 $\div$ 0.71	2.21
誤差	9735	84	115.892		
全 (合計)	14887	95			

(3)

- ・自動車のタイプの主効果

H<sub>0</sub>を採択する。3つの自動車のタイプのそれぞれの社会的誇示欲求度の平均はすべて等しい。  
(自動車のタイプの主効果は有意でない)

- ・自動車のメーカーの主効果

H<sub>0</sub>を棄却する。それぞれのメーカーの社会的誇示欲求度の平均はすべて等しいとは言えない。  
(自動車のメーカーの主効果は有意である)

- ・交互作用効果

H<sub>0</sub>を採択する。自動車のタイプとメーカーの間に交互作用はない。

(交互作用効果は有意でない)

編集後記：

ほんととは問1～3、4～5、6～9の3分割にして資料つくってたんですが、今回その3つを無理やりつなげてみました。そのため若干スタイル違ってますがご勘弁…

たしか1～3は授業中に配られたプリントの答を写したやつで、4以降は自分で解答つくったやつです。よって4以降の解答に絶対的自信はありません…

2011年度入学理科1類32組