

問 4

(プリント No.9 例 2)

ある TV の視聴率 p を推定する調査に必要な世帯数を決めたい。ただし、確率は 0.95、推定誤差の絶対値は 0.02 以下とする。以下の各場合について世帯数を求めなさい。

- (1) $0.3 \leq p \leq 0.4$ であると考えられる場合
- (2) 情報がなく、予備調査も行わない場合

解答

(1) $p(1-p)$ は $0.3 \leq p \leq 0.4$ のとき、 $p=0.4$ で最大値をとる。 $e=0.02$ であり、 $\alpha=0.95$ より、 $z_{\alpha/2} = 1.96$ である。(プリント No.2 に値が載っている)。したがって、

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 p(1-p)}{e^2} = 1.96^2 \times \frac{0.4 \times (1-0.4)}{0.02^2} = 2304.96$$

より、小数を切り上げて **2305 世帯** とする。

(2) p の値について情報が一切ない場合、 $p(1-p)$ は $p=0.5$ のとき最大値をとるので、 $p=0.5$ の場合を考える。したがって、

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 p(1-p)}{e^2} = 1.96^2 \times \frac{0.5 \times (1-0.5)}{0.02^2} = 2401$$

より、**2401 世帯** である。

問 5

(プリント No.13 例 5)

平均 μ が未知で、分散 $\sigma^2=40$ が既知である正規分布 $N(\mu, 40)$ に従う母集団から 10 個の標本を取り出して、仮説 $H_0: \mu=6$ および $H_1: \mu>6$ について有意水準 1% で検定を行うことにする。このとき、 $\mu=12$ が本当であるとして、以下の値をそれぞれ求めよ。

- (1) 第 2 種の誤りを犯す確率
- (2) 検出力

解答

(1) この検定は右片側検定である。有意水準とは H_0 が正しいとき、すなわち母集団分布が $N(6, 40)$ であるときに、誤って H_0 を棄却する確率である。

$$\mu_0 + z_{\alpha/2} \sqrt{\sigma^2/n} = 6 + 2.33 \sqrt{10/40} = 6 + 4.66 = 10.66$$

より、 $X_{\text{average}} > 10.66$ であれば H_0 を棄却する。第 2 種の誤りを犯す確率は、母集団が $N(12, 40)$ であるときの $X_{\text{average}} \leq 10.66$ である確率に等しい。

$$P(X_{\text{average}} \leq 10.66) = P\left(\frac{X_{\text{average}} - 12}{\sqrt{10/40}} \leq \frac{10.66 - 12}{\sqrt{10/40}}\right) = P(Z \leq -0.67)$$

ここで、 $Z \sim N(0, 1)$ である。したがって、標準正規分布表から、

$$P(Z \leq -0.67) = P(Z \geq 0.67) = 1 - P(Z < 0.67) = 1 - 0.749 = \underline{\underline{0.251}}$$

となる。

(2) 母集団分布が $N(12, 40)$ であるときに、第 2 種の誤りを犯さない確率が検出力であるから、

$$P(X_{\text{average}} > 10.66) = 1 - 0.251 = \underline{\underline{0.749}}$$

となる。

問 6

(プリント No.15 例 6)

袋詰めされたある食品の袋には「平均内容量 265 グラム」と表示されている。内容量の分布を平均 $\mu = 265$ と分散 σ^2 が未知である正規分布に従うものとする。ある時、袋詰め機械が不調であったため、平均内容量が表示より少ないのではないかという疑いが生じた。そこで、不調であった時に袋詰めした 5 袋を無作為に選んで、内容量を測定したところ次のような値を得た。

259, 256, 255, 258, 262

このとき、内容量の平均は表示の通りと言えるか、有意水準 5% で検定せよ。

解答

$$\text{標本の平均 } X_{\text{average}} = \frac{259 + 256 + 255 + 258 + 262}{5} = 258$$

$$\text{不偏標本分散 } s^2 = \frac{(259 - 258)^2 + (256 - 258)^2 + (255 - 258)^2 + (258 - 258)^2 + (262 - 258)^2}{5 - 1} = 7.5$$

・ 仮説の設定

$$H_0 : \mu = 265$$

$$H_1 : \mu < 265$$

この場合は左片側検定になる。

- ・検定統計量の値

$$\frac{\bar{x}_{average} - \mu}{\sqrt{s^2/n}} = \frac{258 - 265}{\sqrt{7.5/5}} = -5.7154 \dots \approx -5.715$$

- ・棄却域の設定

自由度 $5-1=4$ の t 分布に従うので、

$$t_{0.05}(4) = 2.132$$

- ・結論

H_0 を棄却する。 したがって、平均内容量は表示よりも少ないと考えられる。

問 7A

(プリント No.21 例 8 一部改変)

ある企業では、就職を希望する学生に対して、適性検査を行っている。適性検査の得点の平均は文系の学生と理系の学生では差があるのか、文系の学生 25 人と理系の学生 20 人の結果を無作為標本であるとみなして検定したい。文系の学生の標本平均は 66、不偏標本分散は 180 であった。また、理系の学生の標本平均は 57、不偏標本分散は 86 であった。

それぞれの分散は等しいものと仮定して、適性検査の得点について、文系と理系それぞれの母平均は等しいと言えるか、有意水準 5% で検定せよ。ただし、検定統計量の値は、小数第 4 位の値を四捨五入して、小数第 3 位まで示せ。また、棄却域の臨界値を表から求める際に、対応する自由度が表に無ければ、対応する自由度よりも小さくて最も近い自由度の値を用いること。

解答

- ・仮説の設定

H_0 : 適性結果の得点について、文系と理系それぞれの母平均は等しい。

H_1 : 適性結果の得点について、文系と理系それぞれの母平均は等しくない。

この場合は両側検定になる。

- ・プールした分散の値

$$\frac{(25-1) \times 180 + (20-1) \times 86}{25 + 20 - 2} = 138.4651 \dots \approx 138.465$$

- ・検定統計量の値の計算

$$\frac{66 - 57}{\sqrt{138.465 \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{20} \right)}} = 2.5494 \dots \approx 2.549$$

- ・棄却域の設定

自由度(25+20-2)=43 の t 分布に従うので、

$$t_{0.025}(43)=2.017$$

・結論

H₀を棄却する。したがって、適性検査の得点について、文系と理系のそれぞれの母平均は等しくないと考えられる。

問 7B (プリント No.22 練習問題 12 一部改変)

欧米では 20 歳代のマルペケ気質は男性の方が女性より強いと言われている。そこで、日本でも 20 歳代では男性の方が女性よりマルペケ気質は強いと言えるか確認するための調査を行った。まず、男性 40 人と女性 30 人を無作為に選んだ。各自にマルペケ気質を調べるためのアンケートに答えてもらい、その結果を得点化した。得点が高ければマルペケ気質が強いと言える。男性の標本平均は 57、不偏標本分散は 121 であった。また、女性の標本平均は 49、不偏標本分散は 81 であった。

それぞれの分散は等しいものと仮定して、日本の 20 歳代では男性の方が女性よりマルペケ気質が強いと言えるか、有意水準 5% で答えよ。ただし、検定統計量の値は、小数第 4 位の値を四捨五入して、小数第 3 位まで示せ。また、棄却域の臨界値を表から求める際に、対応する自由度が表に無ければ、対応する自由度よりも小さくて最も近い自由度の値を用いること。

解答

・仮説の設定

H₀:日本の 20 歳代の男性の母平均は女性の母平均に等しい

H₁:日本の 20 歳代の男性の母平均は女性の母平均より大きい

・プールした分散の値

$$\frac{(40-1) \times 121 + (30-1) \times 81}{40 + 30 - 2} = 103.9411 \div 103.941$$

・検定統計量の値の計算

$$\frac{57 - 49}{\sqrt{103.941 \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{30} \right)}} = 3.2489 \dots \div 3.249$$

・棄却域の設定

自由度(40+30-2)=68 の t 分布に従うが、自由度 68 のときの値が表に載っていないため、自由度 60 の時の臨界値を用いて、

$$t_{0.05}(60)=1.671$$

・結論

H₀を棄却する。したがって、男性の方が女性よりマルペケ気質が強いと言える。

問 8

プリント No.28 練習問題 14

下の表は、携帯電話を購入する際に最も重視する項目について年齢層別に集計したものである。年齢層と最も重視する項目の間関係は独立といえるか、有意水準 5% で検定せよ。

ただし、理論度数は小数第 1 位の値を四捨五入して整数にすること。検定統計量の値は、必要なら小数第 3 位の値を四捨五入して、小数第 2 位まで示せ。

年齢層/最も重視する項目	キャリア	機能	デザイン	料金プラン	計
10-20 歳代	25	45	45	25	140
30-40 歳代	15	35	40	30	120
50 歳代以上	20	30	50	35	135
計	60	110	135	90	395

解答

・仮説の設定

H_0 : 年代と最も重視する項目の関係は独立である。

H_1 : 年代と最も重視する項目の関係は独立でない。

・理論度数の計算

10-20 歳代でキャリア重視 : $\frac{60}{395} \times \frac{140}{395} \times 395 = 21.2 \approx 21$

10-20 歳代で機能重視 : $\frac{110}{395} \times \frac{140}{395} \times 395 = 38.9 \approx 39$

10-20 歳代でデザイン重視 : $\frac{135}{395} \times \frac{140}{395} \times 395 = 47.8 \approx 48$

10-20 歳代で料金プラン重視 : $140 - 21 - 39 - 48 = 32$

30-40 歳代でキャリア重視 : $\frac{60}{395} \times \frac{120}{395} \times 395 = 18.2 \approx 18$

30-40 歳代で機能重視 : $\frac{110}{395} \times \frac{120}{395} \times 395 = 33.4 \approx 33$

30-40 歳代でデザイン重視 : $\frac{135}{395} \times \frac{120}{395} \times 395 = 41.0 \approx 41$

30-40 歳代で料金プラン重視 : $120 - 18 - 33 - 41 = 28$

50 歳代以上でキャリア重視 : $60 - 21 - 18 = 21$

50 歳代以上で機能重視 : $110 - 39 - 33 = 38$

50 歳代以上でデザイン重視 : $135 - 48 - 41 = 46$

50 歳代以上で料金プラン重視 : $135 - 21 - 38 - 46 = 30$

年齢層/最も重視する項目	キャリア	機能	デザイン	料金プラン	計
10-20 歳代	21	39	48	32	140
30-40 歳代	18	33	41	28	120
50 歳代以上	21	38	46	30	135
計	60	110	135	90	395

・ χ^2 検定統計量の値の計算

$$\frac{(25-21)^2}{21} + \frac{(45-39)^2}{39} + \frac{(45-48)^2}{48} + \frac{(25-32)^2}{32}$$

$$+ \frac{(15-18)^2}{18} + \frac{(35-33)^2}{33} + \frac{(40-41)^2}{41} + \frac{(30-28)^2}{28}$$

$$+ \frac{(20-21)^2}{21} + \frac{(30-38)^2}{38} + \frac{(50-46)^2}{46} + \frac{(35-30)^2}{30}$$

$$=0.761+0.923+0.187+1.531+0.500+0.121+0.024+0.142+0.047+1.684+0.347+0.833$$

$$=7.053 \div 7.05$$

・棄却域の設定

自由度 $(4-1) \times (3-1)=6$ の χ^2 分布に従うので、

$$\chi_{0.05}^2(6)=12.59$$

・結論

H_0 を棄却しない。したがって、年代と最も重視する項目の間の関係は独立であると考えられる。

問9A(プリント No.36 例11)

ある温泉組合では観光キャンペーンの参考にするため、旅館ごとと客の形態ごとに満足度を評価することにした。評価を受けたのは5つの旅館で、評価した客の形態は、家族、友人、家族以外の団体、1人である。旅館と客の形態の組み合わせごとのデータの数は5であり、同じ客が複数の評価を行わないように配慮してある。

評価は次の表のようにまとめられる。表では評価の値は省略してある。

表.調査結果のまとめ

評価	旅館				
	戸山	太子	下馬	若宮	高津
家族	客1 : 客5				
友人					
客の形態					
家族以外の団体					
1人					

また、このデータに対する分散分析の結果の一部は次の表のようになった。

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	棄却域の臨界値
旅館	5890				2.49
客の形態	318				2.72
交互作用	2918				1.88
水準内					
全体	14968				

- (1) この分散分析によって行う検定の帰無仮説と対立仮説の組み合わせをすべて述べよ。
- (2) 上の分散分析表を完成させよ。ただし、検定統計量の値である F 値は、小数第 3 位の値を四捨五入して、小数第 2 位まで示すこと。
- (3) (2) で求めた「分散分析表」に基づいて、(1) で述べた各仮説の検定結果を求めよ。

解答

(1)

・旅館の主効果

H₀: 5 つの旅館それぞれの評価の平均はすべて同じである。(旅館の主効果は有意でない。)

H₁: 5 つの旅館それぞれの評価の平均はすべて同じであるとは言えない。

(旅館の主効果は有意である。)

・客の形態の主効果

H₀: 4 つの客の形態それぞれの評価の平均はすべて同じである。

(客の形態の主効果は有意でない。)

H₁: 4 つの客の形態それぞれの評価の平均はすべて同じであるとは言えない。

(客の形態の主効果は有意である。)

・交互作用効果

H₀: 旅館と客の形態の間に交互作用効果はない。(交互作用効果は有意でない。)

H₀: 旅館と客の形態の間に一つ以上の交互作用効果がある。(交互作用効果は有意である。)

(2)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	棄却域の臨界値
旅館	5890	4	1472.500	20.16	2.49
客の形態	318	3	106.000	1.45	2.72
交互作用	2918	12	243.167	3.33	1.88
水準内	5842	80	73.025		
全体	14968	99			

5 × 4 × 5 - 1

(3)

・旅館の主効果

H_0 を棄却する。したがって、5つの旅館それぞれの評価の平均はすべて同じであるとは言えない。
(旅館の主効果は有意である。)

・客の形態の主効果

H_0 を採択する。したがって、4つの客の形態それぞれの評価の平均はすべて同じである。
(客の形態の主効果は有意でない。)

・交互作用効果

H_0 を棄却する。したがって、旅館と客の形態の間に一つ以上の交互作用効果がある。
(交互作用効果は有意である。)

問 9B(プリント No.37 練習問題 15)

ある人材コンサルティング会社では働く人のキャリア志向についてアンケート調査をした。3つの企業規模と4つの部門に分け、組み合わせごとに10人ずつ抽出した。キャリア志向は0点から20点の範囲で点数化される。点数は次の表のようにまとめられる。表では点数は省略してある。

表.調査結果のまとめ

キャリア志向		企業規模		
		小規模	中規模	大規模
部門	管理	17] : 19		
	開発			
	製造			
	営業			

また、このデータに対する分散分析の結果の一部は次の表のようになった。

分散分析表

変動要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	棄却域の臨界値
企業規模	320				4.81
部門					3.97
交互作用	40				2.97
水準内	816				
合計	1236				

- (1) この分散分析によって行う検定の帰無仮説と対立の組み合わせをすべて述べよ。
 (2) 「分散分析表」を完成させよ。ただし、検定統計量 F 比の値は、小数第 3 位の値を四捨五入して、小数第 2 位まで示すこと。
 (3) (2) で求めた分散分析表に基づいて、(1) で述べた各仮説の検定結果を述べよ。

解答

(1)

・企業規模の主効果

H_0 : 3 つの企業規模それぞれの点数の平均はすべて同じである。

(企業規模の主効果は有意でない。)

H_1 : 3 つの企業規模それぞれの点数の平均はすべて同じであるとは言えない。

(企業規模の主効果は有意である。)

・部門の主効果

H_0 : 4 つの部門それぞれの点数の平均はすべて同じである。(部門の主効果は有意でない。)

H_1 : 4 つの部門それぞれの点数の平均はすべて同じであるとは言えない。

(部門の主効果は有意である。)

・交互作用効果

H_0 : 企業規模と部門の間に相互作用はない。

(交互作用効果は有意でない。)

H_1 : 企業規模と部門の間にいつ以上の交互作用効果がある。(交互作用効果は有意である。)

(2)

変動要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	棄却域の臨界値
企業規模	320	2	160.000	21.18	4.81
部門	60	3	20.000	2.65	3.97
交互作用	40	6	6.667	0.88	2.97
水準内	816	108	7.555		
合計	1236	119			

$10 \times 4 \times 3 - 1$

(3)

・企業規模の主効果

H_0 を棄却する。したがって、3つの企業規模それぞれの点数の平均はすべて同じである
とは言えない。 (企業規模の主効果は有意である。)

・部門の主効果

H_0 を採択する。したがって、4つの部門それぞれの点数の平均はすべて同じである。
(部門の主効果は有意でない。)

・交互作用効果

H_0 を採択する。したがって、企業規模と部門の間に相互作用はない。
(交互作用効果は有意でない。)