

宿題 平成 21 年 5 月 24 日、提出不要

1. 確率変数 Y と Z が独立なら Y の $Z = z_j$ を所与とする条件付き期待値は z_j に依存しないことを示してください。
2. $E(Y) = \sum_{t=1}^n E(Y|Z = z_t) \Pr\{Z = z_t\}$ が成立することを示してください。
3. 統計的推測 III のスライドの 2 つめと 3 つめの等号が成立する理由を説明してください。
4. 統計的推測 V のスライドで断定されている最尤推定量の形を導出して下さい。
5. Y_i は 1 か 0 のどちらかの値をそれぞれ確率 p_0 、 $1 - p_0$ でとる確率変数だとする。ここで $0 < p_0 < 1$ とします。 $Y_i, i = 1, \dots, N$ なる独立で同一の分布に従うデータがあるとき、以下の問いに答えなさい。
 - (a) $Y_i = y_i, y_i$ は 0 又は 1, ($i = 1, \dots, N$) なるデータを観察する確率を p_0 と N を用いて書き表しなさい。
この確率 p_0 は未知なので p と仮置きして p の関数と見たものが講義で説明した尤度関数です。
 - (b) 最尤推定量と尤度関数の対数を N で割ったものを最大化する p の値を p_0 の推定量とすることは同じであることを示しなさい。
 - (c) 大数の法則に従えば対数尤度を N で割ったものは

$$E[Y_i \log p + (1 - Y_i) \log(1 - p)]$$

に確率的に収束します。ここで

$$E[Y_i \log p + (1 - Y_i) \log(1 - p)] = p_0 \log p + (1 - p_0) \log(1 - p)$$

であることを示して下さい。

- (d) この関数を最大にする p の値は p_0 であることを示してください。このことから最尤推定量は、母集団が満たす性質をサンプルで実現しようとしているのだ、という解釈が可能となります。
6. $E(X^2)$ のモーメント法による推定量を定義して下さい。但しデータは $X_i, i = 1, \dots, N$ とします。
7. 2009 年、2010 年、2011 年の失業率が 4%、5%、6% だったとします。このとき各年ごとにクロスセクションのデータがあるとき、2009 年調査時点で失業していた人のうち、2011 年調査時点でも失業している人の割合は推定できますか。パネルデータがあればどうですか。
8. $E(Y_1 - Y_0) = E(Y_1) - E(Y_0)$ を示してください。
9. 赤林・中村論文で少人数クラスの効果を学年生徒数が 40 人、80 人、120 人、の場合について比べると効果が異なります。その理由としてはどのようなものが考えられますか。それぞれの閾値の近傍の学校は同じような学校だと考えられますか。