

宇宙科学 2004 前期テスト 過去問解答

$$1.(a)\theta = \frac{1.43 \times 10^5 [km]}{4.2 \times 1.50 \times 10^8 [km]} \times \frac{180}{\pi} \times \frac{1}{3600}$$

$$= 3.61 \dots \times 10^{-6} \approx Ans) 3.6 \times 10^{-6} [\text{秒}]$$

授業パワーポイント 2 章の 3,9 ページ参照

$$\theta = \frac{R(\text{直径})}{r(\text{距離})} \text{ の公式に代入、単位は rad なので}$$

それを  $\times \frac{180}{\pi}$  で度、 $\times \frac{1}{3600}$  で秒に直します。

$$(b)f_E = \frac{L_{\odot}}{4\pi(1.5 \times 10^8)^2}, f_J = \frac{L_{\odot}}{4\pi(5.2 \times 1.5 \times 10^8)^2}$$

$$\frac{f_J}{f_E} = \frac{1^2}{5.2^2} = 3.69 \dots \times 10^{-2}$$

$$\approx Ans) 3.7 \times 10^{-2} [\text{倍}]$$

授業パワーポイント 2 章の 5, 6, 14 ページ参照

球面を通り過ぎる単位面積あたり、単位時間あたりのエネルギーは  $f = \frac{L}{4\pi r^2}$   
 $r$  に太陽と地球の距離及び太陽と木星の距離を代入。

$$(c)Ans) (b) \text{ より } L_J = f_J \times \pi(7.15 \times 10^4)^2 = \frac{L_{\odot}}{4\pi(5.2 \times 1.5 \times 10^8)^2} \times \pi(7.15 \times 10^4)^2 = \sigma T^4 \times 4\pi(7.15 \times 10^4)^2$$

$$T \text{ について解くと、 } T = \left( \frac{L_{\odot}}{4^2 \pi (5.2 \times 1.5 \times 10^8)^2 \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} =$$

2 (a) Ans) プロジェクト WMAP

宇宙背景輻射の温度揺らぎを精密に観測している。

授業パワーポイント 3 章の 63 ページ以降参照

(b) Ans) 定性的説明

$$3 . (a)Ans) \theta \approx \frac{\pi GM}{bc^2}$$

説明：光の粒子の進む方向を  $x$  軸、重力によって動く方向を  $z$  軸とすると、

光の粒子の運動方程式は

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{GMm}{b^2 + x^2} \Rightarrow m \frac{dz}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{GMm}{b^2 + x^2} dt$$

ここで  $\frac{dx}{dt} \gg \frac{dz}{dt} = v_z$  より  $\frac{dx}{dt} \approx c$  (光速で一定) としてよい。

$$mv_z = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{GMm}{b^2 + x^2} \frac{dx}{c} = \frac{\pi GMm}{bc} (x = \tan \theta \text{ と置換})$$

$$\Rightarrow \theta \approx \frac{v_z}{v_x} \approx \frac{v_z}{c} = \frac{\pi GM}{bc^2}$$

授業パワーポイント 5 章 37 ページ参照

正確には、 $\theta = \frac{4GM}{bc^2}$  (一般相対論),  $\theta = \frac{2GM}{bc^2}$  (ニュートン理論) だが、ここでは推測とあるため、計算で導ける近似値を答えとした。

(b) Ans)

$$(c)Ans) M_R = \int_0^R 4\pi \rho(r) r^2 dr \int_0^R 4\pi \rho_0 \exp\left(-\frac{r^3}{r_0^3}\right) r^2 dr$$

$$= \frac{4\pi \rho_0 r_0^3}{3} \left(1 - e^{-\frac{R^3}{r_0^3}}\right)$$

このモデルで説明できない理由：観測から銀河の外側のハローに存在する物体は軌道半径によらず回転速度が一定であるため、銀河の回転速度  $V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$  より  $M(r)$  は  $r$  に比例しなければならないが、このモデルでは銀河の半径  $R$  より外側では質量が一定になってしまうから。