2014 年度夏学期 数理科学 I 期末試験 (担当:高山茂晴)

問題１． ラグランジュの未定乗数法を用いて条件 $g(x,y)=x^4+y^4-1=0$ のもとで関数 $f(x,y)=x^3+2y^3$ の最大値、最小値を求めよ。

問題２． 次の式によって定められる x,y の陰関数 $z=g(x,y)$ の極値を、陰関数を直接求めることなしに求めよ。

$$x^2+2y^2+5z^2-2xy-2yz-4=0$$

問題３． a,b および R は定数で、$0<a<b\leq R$ をみたすとする。曲面 $S=\{x^2+y^2+z^2=R^2, a\leq z\leq b\}$ を考える。

(1) S のパラメター表示を一つ与えよ。また S は非特異点であることを定義に従い示せ。

(2) 関数 $g(x,y,z)=z^2$ の S 上の積分値を求めよ。

問題４． デカルトの葉線 $C=x^3+y^3-3xy=0$ は $x(t)=\frac{3t}{1+t^3}, y(t)=\frac{3t^2}{1+t^3}$ によりパラメーター付けられる。C は直線 $y=x$ に関して対称であり、$t\to\frac{1}{t}$ により x と y が入れ代わる。

(1)C の一部 $C_1=\{P(t)=(x(t),y(t)); -1<t<1\}$ は非特異であることを示せ。また、点 $P(t), -1<t<1$ での接線が x 軸または y 軸と平行になるのはどこか。

(2)C の一部 $C_2=\{P(t)=(x(t),y(t)); t\in[0,+\infty)\}$ により囲まれた図形を D とする。線積分の計算により D の面積を求めよ。

注:問題用紙と解答用紙が一緒になっていたためレイアウトはこの通りではありません。ご了承ください。