

2017 年度 S セメスター 力学 A (講師：堀田知佐) 期末試験問題

※注)この過去問は、勉強のしなさすぎにより試験中にやる事が無くなってしまった筆者が、せめて後輩のためにでも有意義なことをしようとして計算用紙に問題を書き写したものを清書したものです。よって以下の 2 点に注意して下さい。

1. 筆者は数弱で物理弱なので、解答解説をつくるほどの能力とやる気はありません。よって解答はありません。むしろ誰か作って。
2. 本来であれば回収されて、表に出ることのないはずの問題です。うっかり堀田先生の近くで「過去問あったわ～」などと言ってしまうと、今後は解答用紙も回収するということになりかねないので、あまり公言しないように。

第 1 問

質量 m の質点が時刻 t で二次元 xy 平面を位置 $\mathbf{r} = (x, y, z) = (\cosh at, \sinh at, 0)$ で運動している。

- (1) この運動を図示せよ。更に質点が受ける力 \mathbf{F} を \mathbf{r} を使って表せ。
- (2) 角運動量 \mathbf{L} を向きまで含めて求めよ。また \mathbf{L} はどのような特徴を持つか。その理由も議論せよ。
- (3) $t=0$ から $t=t_0$ の間に力 \mathbf{F} がした仕事を求めよ。

第 2 問

同じ質量 m の質点 A, B が内力 $\mathbf{f}_{ab} = -\mathbf{f}_{ba}$ のみを及ぼしあい、その重心は一定速度 $\mathbf{v} = (0, v, 0)$ をもち、質点 A, B の相対運動は重心から角速度 $\boldsymbol{\omega} = (0, 0, \omega)$ で半径 l の等速円運動である。

- (1) 重心の座標 \mathbf{R} を $\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b$ を求めよ。($\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b$ はたぶん A, B の座標のこと)
- (2) 全運動量を求め、これが保存することを示せ。
- (3) 全運動のエネルギーを m, l, ω, v で表せ。

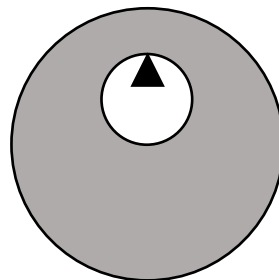
第 3 問

質量 M , 半径 $3a$, 厚さの無視できる密度一様の剛体円盤を考える。

- (1) 円の中心を通り円盤に垂直な軸周りの慣性モーメントを求めよ。

中心 O から a の位置を中心とする半径 a の円をくりぬく。くりぬいたあとの円盤を垂直に立てて右図の三角で示された点を支点としてこの円盤を振動させる。その際、板は面に平行な 2 次元平面内でのみ運動することができる。

- (2) 支点を通り、円盤に垂直な軸周りの慣性モーメントを求めよ。
- (3) この運動の運動方程式を答えよ。
- (4) 振動が微小な場合の周期を求めよ。



第4問

滑らかな水平な板上に、小さな穴が開いている。この穴に長さ l の糸を通し、その上端が質量 m の質点 1 を結んで板の上に置き、下端に質量 M の質点 2 を結んでつるす。板の上の糸の長さが a のときに、糸と垂直な向きに水平な速度 v_0 を与える。穴の位置を座標原点にとり、板上での質点の位置を極座標 (r, ϕ) で指定する。

(1) 初期速度の大きさ v_0 の値をある特別な値に設定したところ、質点 1 は等速円運動を続け、質点 2 は制止したままであった。この時の v_0 の値 v_c を求めよ。

(2) この系について成立している保存則を二つ挙げ、それぞれの表式を書き下せ。

(3) r の動き得る範囲には上限 r_{\max} と下限 r_{\min} がある。これらの値を求めよ。 $v_0 < v_c$ の場合と $v_0 > v_c$ の場合に場合分けして答えを整理するとよい。