

# 宇宙科学 I シケプリ (過去問類別)

Yoshi

2018年3月12日

このシケプリは第二問以降出題された問題をまとめたものである。以下の通り問題は大別すると 8 通りしかないので十分対策可能と思われる。ただし、いきなり問題傾向を変えてくる可能性は十二分にあるので資料を一読しておくことを勧める。<sup>\*1</sup>

## 目次

1	星の成長	3
1.1	2001 冬問 2、2005 冬問 3、2007 冬問 2、2008 夏問 3、2017 夏問 3 . . . . .	3
1.2	2004 冬問 3、2011 冬問 3、2002 問 3、2006 夏問 3、2009 夏問 2、2010 夏問 2、2016 冬問 2	3
1.3	2008 冬問 3、2009 冬問 2、2001 夏問 2、2005 夏問 2、2013 夏問 2、2015 冬問 2、2017 冬問 2	4
2	距離の測定	5
2.1	2001 冬問 4、2004 冬問 2、2008 夏問 4、2013 夏問 4 . . . . .	5
2.2	2005 冬問 2 . . . . .	5
2.3	2008 冬問 2、2011 冬問 2、2017 問 2 . . . . .	6
2.4	2002 夏問 2、2006 夏問 2 . . . . .	6
2.5	2010 夏問 3、2017 冬問 3 . . . . .	6
3	星の半径	7
3.1	2008 夏問 2 . . . . .	7
4	パルサーは中性子星	8
4.1	2007 冬問 3 . . . . .	8
5	ブラックホールへの突入	9
5.1	2009 冬問 4 . . . . .	9
5.2	2001 夏問 3、2005 夏問 3、2009 夏問 4、2016 冬問 4 . . . . .	9
6	ハッブルの宇宙膨張則	10
6.1	2008 冬問 4、2011 冬問 4、2017 夏問 4 . . . . .	10
7	ビッグバンと宇宙膨張	11
7.1	2005 冬問 4、2002 夏問 4、2006 夏問 4、2010 夏問 4、2016 冬問 4、2017 冬問 4 . . . . .	11
8	ドレイクの式	12
8.1	2001 冬問 3、2009 冬問 3、2004 冬問 4、2007 冬問 4、2001 夏問 4、2005 夏問 4、2009 年 夏問 3、2013 夏問 3 . . . . .	12
9	まとめ	14

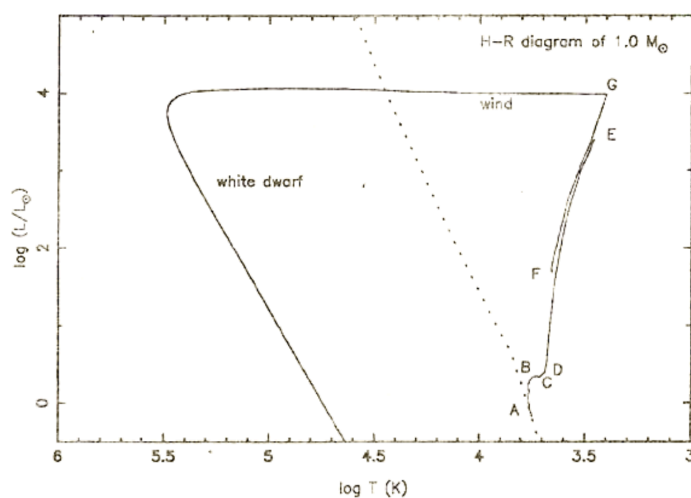
---

<sup>\*1</sup> 間違いが多分にあるのでこのシケプリの使用は自己責任でよろしくお願ひします。また他の人と共有する際にもこの点の確認をしてください。

# 1 星の成長

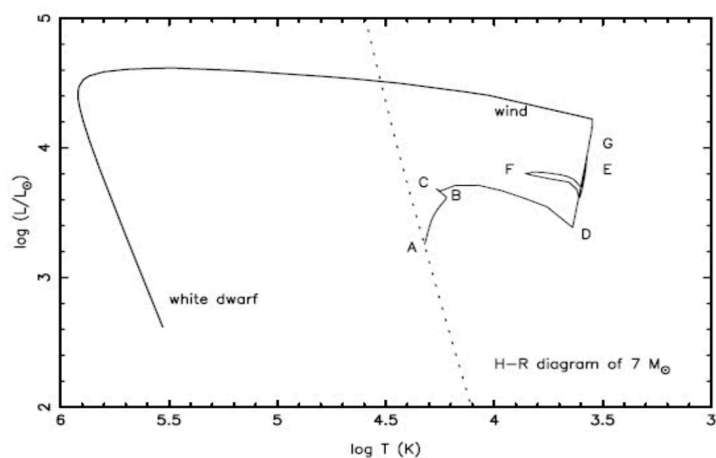
## 1.1 2001 冬問 2、2005 冬問 3、2007 冬問 2、2008 夏問 3、2017 夏問 3

$1M_{\odot}$  の恒星の進化 (星の一生) に関する次の図を見て、星の進化の様子を簡潔に説明しなさい。図中の、A とか B とかの位置に対応する星の内部の様子 (星を輪切りにした説明図) も同時に示しなさい。  
(2005 年:特に点 E から F へ飛ぶ時の星の様子を詳しく述べよ。)



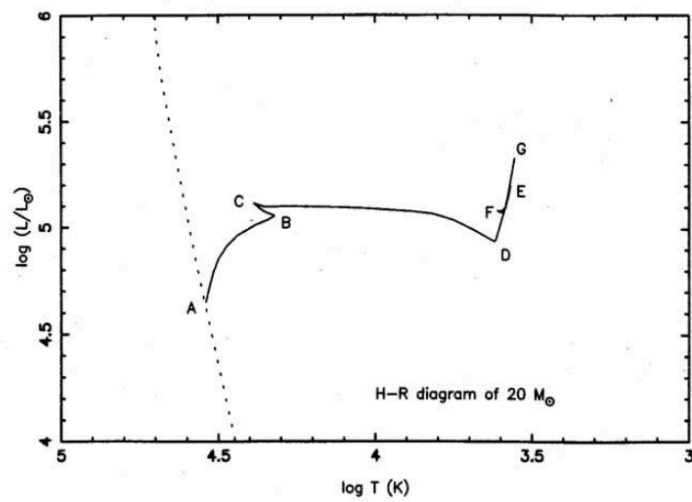
## 1.2 2004 冬問 3、2011 冬問 3、2002 問 3、2006 夏問 3、2009 夏問 2、2010 夏問 2、2016 冬問 2

図は太陽の 7 倍の質量を持つ星の進化 (星の一生) をあらわしたものである。図中の A, B, . . . における恒星の内部構造を図示し、進化の様子を簡潔に説明しなさい。なお、内部構造の図を書かない場合は大幅に減点する。なお、横軸は星の表面温度の常用対数、縦軸は星の光度を太陽光度で割ったものの常用対数である。



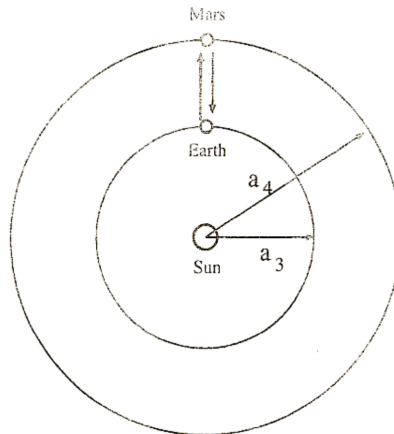
1.3 2008 冬問 3、2009 冬問 2、2001 夏問 2、2005 夏問 2、2013 夏問 2、2015 冬問 2、2017 冬問 2

図は太陽の 20 倍の質量を持つ星の進化 (星の一生) をあらわしたものである。図中の A, B, . . . G における恒星の内部構造を図示し、進化の様子を説明しなさい。なお、内部構造の図を書かない場合は大幅に減点する。横軸は星の表面温度、縦軸は星の光度である。



## 2 距離の測定

### 2.1 2001 冬問 4、2004 冬問 2、2008 夏問 4、2013 夏問 4



- (1) 地球の軌道半径を  $a_3$ 、火星の軌道半径を  $a_4$  とする。共に円軌道として、遠心力と重力の釣り合いの式を導きなさい。ただし、地球の周期を  $P_3$ 、火星の周期を  $P_4$  とする。
- (2) レーダーエコーの実験を火星に向かって行い、行って帰って来るエコー時間として  $t_{34} = 523\text{sec}$ (秒) を得た。ここで、地球の公転周期を  $P_3 = 1$  年、火星のそれを  $P_4 = 1.88$  年、光速を  $c = 3.0 \times 10^8\text{m/sec}$  とし、 $a_3$  および  $a_4$  を有効数字 2 桁で求めよ。必要なら、 $(1.88)^{2/3} = 1.52$  を使いなさい。
- (3) パーセク (pc) の定義を述べ、その値を有効数字 1 桁で求めなさい。

### 2.2 2005 冬問 2

- (1) 地球が太陽の周りを円軌道で公転しているとする。公転の半径を求めるための観測あるいは測定について式を用いて説明せよ。
- (2) 金星とのレーダーエコー時間を 276 秒、金星公転周期 0.615 年、 $(0.615)^{2/3} = 0.723$ 、光速  $c = 3 \times 10^8\text{m/s}$ 、重力定数  $G = 6.7 \times 10^{-11}\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ 、一年  $= 3.2 \times 10^7\text{s}$  とし 1 天文単位の値を求めよ。
- (3) 1 天文単位と年周視差と 1 パーセクの関係性を述べよ。
- (4) 星の等級の定義を述べ、見かけの等級と絶対等級の関係式を導け。
- (5) セファイドがなにかを説明し、宇宙の距離との関連性を述べよ。

以下3問はほぼ同じ内容です。どの言い回しでもわかるようにしておくこと。

### 2.3 2008 冬問 2、2011 冬問 2、2017 問 2

宇宙における距離の測定に関して次の語句の意味を説明し、それをどのように組み合わせて距離を測るのか、詳しく説明せよ。

- (1) レーダーエコーおよび天文単位 (au)
- (2) 年周視差およびパーセク (pc)
- (3) セファイド

### 2.4 2002 夏問 2、2006 夏問 2

宇宙における距離の測定はどのようになされるか。「宇宙はしご」の各段階をできるだけ具体的に説明せよ。さらに距離測定がなぜ重要なのか、その説明も合わせて述べよ。

### 2.5 2010 夏問 3、2017 冬問 3

宇宙における距離の測定はどのようになされるか、(1) 地球軌道半径の決定、(2) 近傍の星の年周視差、(3) セファイドの周期・光度関係、による「宇宙はしご」の各段階をできるだけ具体的に説明せよ。

### 3 星の半径

#### 3.1 2008 夏問2

望遠鏡を使ってもその大きさが観測 (分解) できない恒星の半径が、なぜわかるのか。その理由を 5-10 行程で述べよ。(ヒント: 距離、絶対等級、ステファン・ボルツマンの式、色指数、温度)

## 4 パルサーは中性子星

### 4.1 2007 冬問 3

パルサーが高速回転する中性子星であることを示す証拠の一つとして、ミリ秒・パルサーがある。太陽質量程度 (1.4 倍太陽質量とせよ) の星が、1.5ms(ミリ秒) の周期で回転するためには半径に上限がある。

- (1) この上限はどのような式によって決まるか? 遠心力と重力の大きさの関係から導け。
- (2) この式を解き、半径の上限 (km 単位) を有効数字 1 桁で求めよ。
- (3) 逆に、半径が地球程度 (6000km) の 1 倍太陽質量の白色矮星なら、その回転周期の最小値はどの程度になるか? 秒の単位で有効数字 1 桁で求めよ。

なお、cgs 単位系で重力定数は  $G = 7 \times 10^{-8}$ 、太陽質量は  $M_{\odot} = 2 \times 10^{33}\text{g}$  としよ。



## 5 ブラックホールへの突入

### 5.1 2009 冬問 4

ブラックホールへ、マウス (ねずみ) がまっさかさまに落ちて行く場合を想定して、次の問に答えよ。

- (1) マウスを質量  $m$  の二つの重りが、長さ  $l$  の紐で結ばれているモデルであらわした場合に、二つの重りについての運動方程式を導出せよ。ただし、重力定数を  $G$ 、ブラックホールの質量を  $M$ 、ブラックホールから頭までの距離を  $r$  とせよ。
- (2) 上記の二つの方程式から、紐にかかる張力を表す式を求めよ。ただし、 $l \ll r$  の条件を使って、その式を簡単にせよ。
- (3) マウスの体重を  $0.2\text{kg}$ 、身長を  $0.1\text{ m}$ 、ブラックホールの質量を  $1M_{\odot} = 2 \times 10^{30}\text{kg}$ 、重力定数を  $6.7 \times 10^{-11}\text{N m}^2\text{kg}^{-2}$  として、マウスの体がバラバラになる距離を  $\text{km}$  単位で、有効数字 1 桁の精度で求めよ。ただし、モデルの紐は、 $100\text{ kg}$  重の力がかかった場合に、ちぎれるとする。なお、地球表面での重力加速度は、 $9.8\text{ m s}^{-2}$  とする。
- (4) この限界の距離を、 $1M_{\odot}$  の質量のブラックホールの半径 ( $3\text{ km}$ ) と比較せよ。また、系外銀河の中心核にあると考えられる、ブラックホールの質量が太陽の 1 億倍として、マウスは生きたままブラックホールの中に入って行けるか、理由を述べて、答えよ。なお、ブラックホールの半径は質量に比例する。

### 5.2 2001 夏問 3、2005 夏問 3、2009 夏問 4、2016 冬問 4

ブラックホールへ、人間がまっさかさまに落ちて行く場合を想定して、次の問に答えよ。なお、計算の精度は 1 桁でよい。

- (1) 人間を質量  $m$  の二つの重りが、長さ  $l$  の紐で結ばれているモデルであらわした場合に、二つの重りについての運動方程式を導出せよ。ただし、重力定数を  $G$ 、ブラックホールの質量を  $M$ 、ブラックホールから頭までの距離を  $r$  とせよ。
- (2) 上記の二つの方程式から、紐にかかる張力  $T$  を表す式を求めよ。ただし、 $l \ll r$  の条件を使って、その式を簡単にせよ。
- (3) 人間の体重を  $60\text{kg}$ 、身長を  $170\text{cm}$ 、ブラックホールの質量を  $1M_{\odot} = 2 \times 10^{30}\text{kg}$ 、重力定数を  $6.7 \times 10^{-11}\text{N m}^2\text{kg}^{-2}$  として、人間の体がバラバラになる距離を  $\text{km}$  単位で、有効数字 1 桁の精度で求めよ。ただし、人間の体は、1 トンの力がかかった場合に、ちぎれるとする。なお、地球表面での重力加速度は、 $9.8\text{ m s}^{-2}$  とする。
- (4) この限界の距離は、 $1M_{\odot}$  の質量のブラックホールの半径 ( $3\text{ km}$ ) と比較して大きいか。小さいか？また、系外銀河の中心核にあると考えられる、ブラックホールの質量が太陽の 1 億倍として、人間は生きたままブラックホールの中に入って行けるか、理由を述べて、答えよ。なお、ブラックホールの半径は質量に比例する。

## 6 ハッブルの宇宙膨張則

### 6.1 2008 冬問4、2011 冬問4、2017 夏問4

簡単のため、宇宙は空間的に等方一様で、かつ加速度ゼロで膨張するとする。解答はニュートン力学の範囲内で考えてよい。

(1) 下図(左)のように、透明なフィルム用紙(トランスペアレンシー)に、銀河分布を適当に描く。これをコピー機で、たとえば、下図(中央)のように、1.1倍に拡大コピーする。ふたつのトランスペアレンシーをある銀河の位置で合わせて重ねると、右下の図のように、重ねた銀河から見て、遠方の銀河ほど離れている。この図をもとにして、ハッブルの宇宙膨張則  $v = H_0 \times r$  を導け。ここで、 $v$  は銀河の遠ざかる速度、 $r$  は銀河までの距離、 $H_0$  はハッブル定数である。

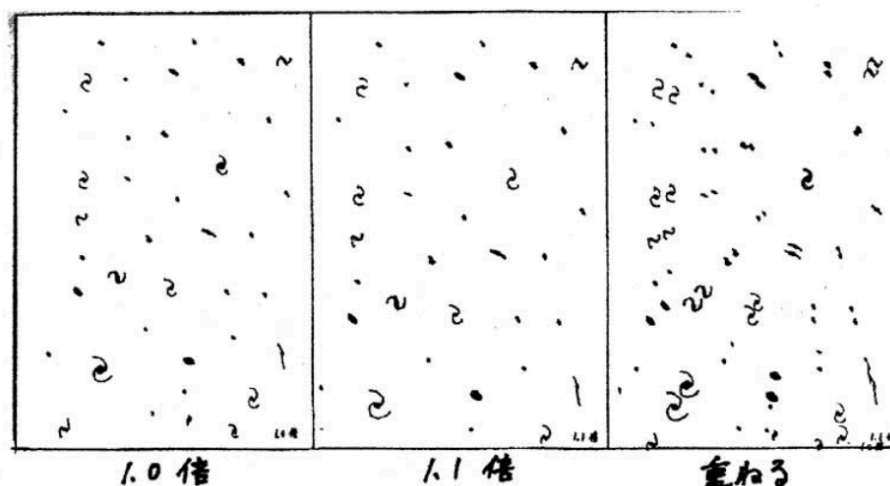
(2) ある学生が、ハッブルの宇宙膨張則を

$$\frac{dr}{dt} = H_0 \times r$$

と変形し、

$$\int \frac{dr}{r} = H_0 \int dt$$

より、宇宙年齢 ( $r = 0$  から現在の大きさ  $r = r_0$  になるまでの時間) を求めようとして、宇宙年齢が無限大になってしまった。この学生の考え方のどこに間違いがあるかを明らかにし、 $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$  の時、正しい宇宙年齢を計算せよ。



## 7 ビッグバンと宇宙膨張

### 7.1 2005 冬問 4、2002 夏問 4、2006 夏問 4、2010 夏問 4、2016 冬問 4、2017 冬問 4

(1) ビッグバンと宇宙膨張を決定づけた三つの観測について述べよ。なぜ、それがビッグバンと宇宙膨張を示すのか根拠も示すこと。

(2) 宇宙は無限に広がっているとす。その中から半径  $r$  の球を切り出す。その球の中心にわれわれがいて、半径  $r$  の球上に銀河  $A$  があるとす。球内の密度は一様で、 $\rho$  とした場合に、銀河  $A$  には、この球内の質量  $M_r$  からの重力のみを受けるとす。この銀河  $A$  の遠ざかる速度を  $v = dr/dt$  とした場合に、この銀河  $A$  のしたがう運動方程式 (宇宙膨張を支配する方程式) を導きなさい。重力定数を  $G$  とすよ。ニュートンの運動方程式を立てること。

(3) この運動方程式を積分し、エネルギー保存の式を導きなさい。全エネルギー (不定積分のときの積分定数) を  $E$  とし、 $E > 0$  なら、宇宙は永久に膨張を続けることを、この式から説明しなさい。

## 8 ドレイクの式

この章は問題をひとまとめにします。

### 8.1 2001 冬問 3、2009 冬問 3、2004 冬問 4、2007 冬問 4、2001 夏問 4、2005 夏問 4、2009 年夏問 3、2013 夏問 3

次のドレイクの式は、われわれの銀河系 (天の川銀河) に存在する宇宙文明の数  $N$  を予測する式である。この式に関して、次の問に答えなさい。

$$N = R_* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_l \cdot f_i \cdot f_c \cdot L$$

(1) ドレイクの式の右辺の意味を簡潔に述べ、 $N$  の合理的な値を推測しなさい。なお、ここで\*は star を意味し、p は planet、e は earth、l は life、i は intelligence、c は culture の頭文字であると考えてよい。最後の太文字の  $L$  についてのヒントはない。

(2) 最後の項  $L$  の値をいろいろ変えた場合、 $N$  の値も変わる。われわれの銀河系を直径 10 万光年の円盤で近似した場合に、この  $N$  の値によって、もっとも近い地球外文明との交信に何年かかるかを概算し、交信できるかどうかの可能性について述べなさい。

(3) 最後の項  $L$  の値を 100 あるいは  $10^6$  と変えた場合に、銀河系 (天の川銀河) における文明の平均距離は、何光年になるか。また、それに対応した (最後の項  $L$  の値をいろいろ変えた場合)、地球外文明との交信の可能性を根拠を示して、述べなさい。

(5) ドレイクの式にもっともらしい値を代入すると

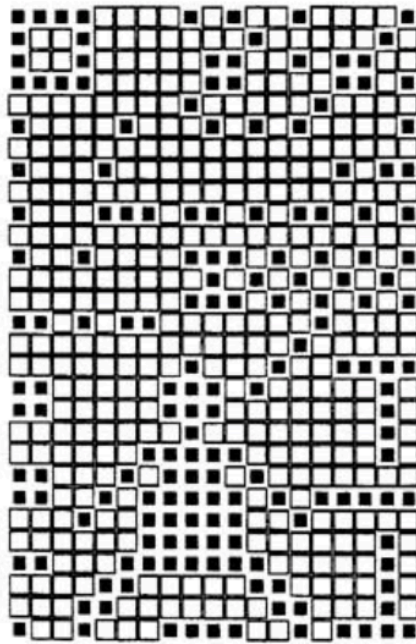
$$N = 0.01 \times L$$

となる。最後の項  $L$  の意味を述べ、その値を  $L = 1000$  とした場合に地球外文明との更新の可能性を根拠を示して、述べよ。なお、我々の銀河系 (天の川銀河) の直径は 10 万光年としてよい。

(6) 地球外文明との交信の手段および内容についてもっとも適切と思われるものを具体的にあげ、その理由を簡潔に述べなさい。

(7) 地球外文明との交信にあたって、人間の性と結婚制度についてどのように説明すればよいか？自分の考えで述べよ。

(8) 下の図は、地球外文明との交信に使われる 通信文の簡単な例である。この通信文の意味を全て述べよ。なお、通信に用いた電波の波長は 10cm とする。



## 9 まとめ

以上で類別を終わりとする。試験直前に確認しておくこととしては以下が挙げられるだろう。

- 1,7,20 倍太陽質量の星の成長
- 距離の測定 (宇宙はしご)
- 宇宙膨張
- ドレイクの式

特に星の成長はほぼ確実に出るので星内部の図は丸暗記でもしておきたい。