基礎統計（廣松）　過去問解答（1999・夏）

1， いえない。

実例）　たとえば、次のように x と y のあいだに2次の関係が成り立つとき。

	A	B	C	D	E	
x	−2	−1	0	1	2	
y	4	1	0	1	4	

このとき 関係式 $y = x^2$ が成り立ち，x の値に対し y が一義的に決まるが，
x と y のあいだの相関係数は，

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum(y_i - \bar{y})^2}} = 0$$

となり，$r = \pm 1$ にはならない。

※ 相関係数は x と y の1次の関係の有無・強弱を示すものであることに注意する。

2， 幹葉図　※ この場合，10の位と1の位に分けてみました。問題によって考えてみてください。

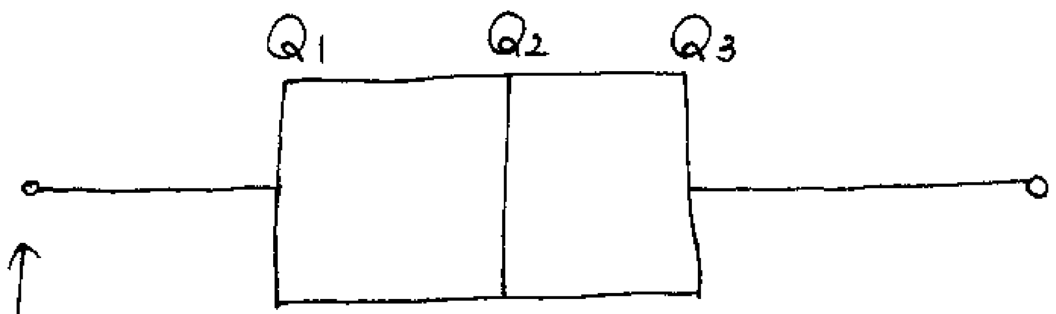
80	
70	2
60	
50	
40	1
30	6 6 4 7 6 5 5 2
20	1 9 9 4 6 1 2 4 4 2 4 8 5 0 2 8 4 8 8 4 8
10	0 8 9 1 5 5 5 5 7 9 4 6 4 9 0 7 4
0	8 8 9

箱ひげ図　※ 教科書 P.33あたりに載っている"四分位数"という考え方をつかいます。

手順 ① Q_1，Q_2，Q_3 を求める。

② 下内境界点 $Q_1 - \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1)$，上内境界点 $Q_3 + \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1)$ を求める。

③ ①.②で求めた値をもとに，下のような図を書く。



← 最大値 or $Q_3 + \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1)$

これと同じように考えて，

ここの数値は，最小値が②で求めた境界内にあれば最小値を
そうでなければ $Q_1 - \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1)$ の値をつかう。

以上より、この問題では…

第一四分位数 Q_1 = (下から13番目の数) = 15

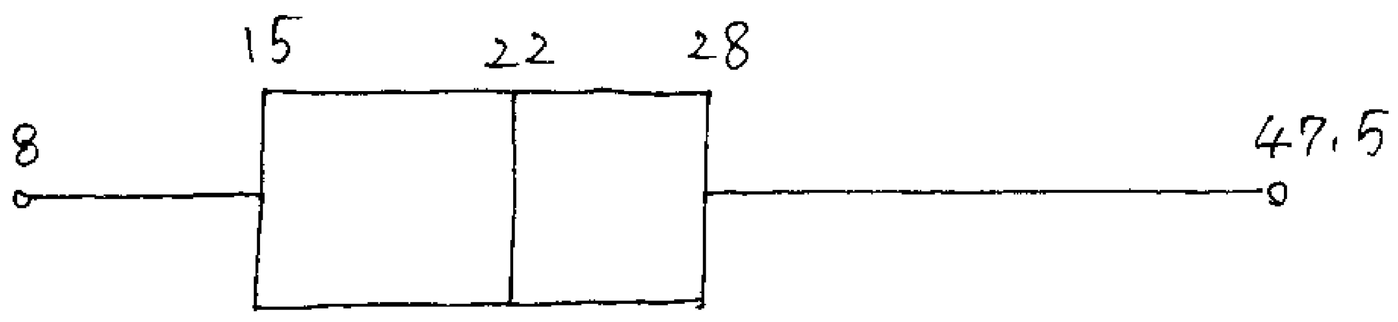
〃 二 〃 Q_2 = (25番目の数と26番目の数の平均) = $\frac{22+22}{2} = 22$

〃 三 〃 Q_3 = (上から13番目の数) = 28

$Q_1 - \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1) = 15 - \frac{3}{2}(28-15) = -4.5$ (< $\underset{8}{\text{最小値}}$)

$Q_3 + \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1) = 28 + \frac{3}{2}(28-15) = 47.5$ (< $\underset{72}{\text{最大値}}$) より、

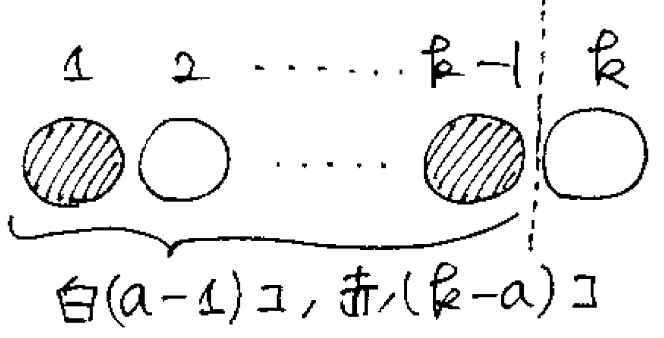
答えは下のようになる。



幹葉図のメリット … データの分布と実際の数値の両方を見ることができる。

箱ひげ図のメリット … データのばらつき具合、左右の歪みが視覚的にわかる。

3、 全事象 $\frac{(a+b)!}{a!\,b!}$



白球(a−1)コ 赤球(k−a)コの並べ方 $\frac{(k-1)!}{(a-1)!(k-a)!}$

求める確率は、 $\frac{(k-1)!\,a!\,b!}{(a-1)!(k-a)!(a+b)!}$

4、 ・指数分布の確率密度関数は $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & (x \geqq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$ (教科書 p.123)

・確率変数Xの期待値(平均) = $\frac{1}{\lambda}$

求める確率は、 $F(x) = P(X \geqq 20) = \int_{20}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx = [e^{-\lambda x}]_{20}^{\infty} = e^{-\lambda \cdot 20}$,

$\frac{1}{\lambda} = 30$ より $\lambda = \frac{1}{30}$ より、 $F(x) = e^{-\frac{20}{30}} = e^{-1.5}$.

5、自信なしです。(1)は点推定，(2)は区間推定（母分散σ^2がわからないとき）をつかって解きました。

(1) 標本平均 $\bar{x} = \frac{1}{16}(5+4+\cdots+2+5) = 4$

母平均$\mu = \bar{x}$ と推定すると，市の人口は $\mu \times 9420 = 4 \times 9420 = 37680$(人) と推定される。

（確率変数Xについて，$E(\bar{X}) = \mu$ 実測値を代入すると，
$E(\bar{x}) = 4$ $\therefore \mu = \bar{x} = 4$）

(2) $\bar{x}(1-0.1) < \mu < \bar{x}(1+0.1)$，すなわち、

$\bar{x} - 0.4 < \mu < \bar{x} + 0.4$ となる確率を求めればよい。この確率をα'とおくと，

$t_{16-1}(\alpha/2) \times \frac{U}{\sqrt{16}} = 0.4$ （U：不偏分散） で，

$U^2 = \frac{1}{16-1}\{(5-4)^2+(4-4)^2+\cdots+(2-4)^2+(5-4)^2\} = \frac{28}{15}$ であることから、

$t_{16-1}(\alpha/2) = \frac{1.6}{\sqrt{\frac{28}{15}}} \fallingdotseq \frac{1.6}{1.365} \fallingdotseq 1.172$ これが自由度16−1=15のt分布に従うので，

教科書 p.281の表で，

$2\alpha = 0.300$

$\therefore \alpha' = 1 - 2\alpha = 0.700$

6，※統計的検定

帰無仮説H_0：μ(真の母平均)$=\mu_0$(仮説の母平均)$= 100$ が正しいとする。対立仮説H_1：$\mu \neq \mu_0 = 100$について，両側検定。

標本平均 $\bar{x} = \frac{1}{10}(101.1 + 103.2 + \cdots + 101.4) = 100.79$

不偏分散 $u^2 = \frac{1}{9}\{(101.1-100)^2 + (103.2-100)^2 + \cdots + (101.4-100)^2\} = 2.44$ より，

新しい確率変数 $T = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{U}{\sqrt{n}}}$ に対し，実測値tは

$$t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{u}{\sqrt{n}}} = \frac{100.79-100}{\frac{\sqrt{2.44}}{\sqrt{10}}} \fallingdotseq 1.58$$ である。

また，この確率変数Tは帰無仮説H_0が正しい($\mu=\mu_0$)ならば自由度10−1=9のt分布に従う。

両側検定を行うので，$t_{10-1}(0.025)$の値を教科書 p.281の表から求めて，

（$\frac{0.05}{2}$ ← 有意水準）

$t_{10-1}(0.025) = 2.262$ となり，実現値 $t = 1.58$は採択域に含まれる。

よって帰無仮説 H_0：$\mu = 100$は採択される。