＊今週の自習課題……

問 1 $X_1, \cdots, X_n$ は互いに独立に同一の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとする。母平均 μ の推定問題を考える。

(1) $\hat{\mu}_1 = X_1$、$\hat{\mu}_2 = (X_1 + X_2)/2$、$\hat{\mu}_3 = \bar{X}$ は何れも母平均 μ の不偏推定量であることを示せ。

(2) $\hat{\mu}_1$、$\hat{\mu}_2$ は利用しないデータがある分、$\hat{\mu}_3$ に較べて推定精度が落ちるように考えられる。実際、次の式が成立することを示せ。

$$V(\hat{\mu}_1) \geq V(\hat{\mu}_2) \geq V(\hat{\mu}_3).$$

(3) $X_1, \cdots, X_n$ の 1 次結合 (加重和) で与えられるような推定量 $\hat{\mu} = a_1X_1 + a_2X_2 + \cdots + a_nX_n$ を線形推定量と言う。$\hat{\mu}$ が不偏推定量となるための必要十分条件を求めよ。

(4) 線形かつ不偏な推定量を線形不偏推定量と言う。線形不偏推定量の中で分散が最小なものは標本平均 $\bar{X}$ である。このことを確かめるため、前問において $n = 2$ とせよ。そして線形かつ不偏な推定量の中で分散が最小となるような (a_1, a_2) は、$a_1 = a_2 = 1/2$ であることを示せ。

問 2 ある学校の生徒 40 人を無作為に選び、1 週間にテレビを何時間観るかを聞いた。40 人の平均は 18.2 時間、標準偏差は 5.4 時間であった。この学校の生徒のテレビ平均視聴時間 μ に関する信頼係数 95%の信頼区間を作れ。99%信頼区間も作れ。

No.

( )

プリント No. 11. その1

1.(1) $E(\hat{\mu}_1)=E(X_1)=\mu$ ∴ $\hat{\mu}_1$ は μ の不偏推定量。(定義より)

$E(\hat{\mu}_2)=E\left(\frac{X_1+X_2}{2}\right)=\frac{1}{2}(E(X_1)+E(X_2))=\frac{1}{2}(\mu+\mu)=\mu$ ∴ $\hat{\mu}_2$ は μ の不偏推定量。

$E(\hat{\mu}_3)=E(\bar{X})=\frac{1}{n}(E(X_1)+\cdots+E(X_n))=\frac{1}{n}(n\mu)=\mu$ ∴ $\hat{\mu}_3$ は μ の不偏推定量.

(2) 分散に関する公式

$V(\hat{\mu}_1)=V(X_1)=\sigma^2$

$V(\hat{\mu}_2)=V\left(\frac{X_1+X_2}{2}\right)=\frac{1}{4}(V(X_1+X_2))=\frac{1}{4}(V(X_1)+V(X_2))$ (∵ $X_1 \perp\!\!\!\perp X_2$)

$=\frac{1}{4}(2\sigma^2)=\frac{1}{2}\sigma^2$

$V(\hat{\mu}_3)=V\left(\frac{X_1+\cdots+X_n}{n}\right)=\frac{1}{n^2}V(X_1+X_2+\cdots+X_n)$

$=\frac{1}{n^2}\{V(X_1)+V(X_2)+\cdots+V(X_n)\}$ (∵ $X_1\cdots X_n$ が互いに独立).

$=\frac{1}{n}\sigma^2$

以上より. $V(\hat{\mu}_1)\geq V(\hat{\mu}_2)\geq V(\hat{\mu}_3)$

(3) $\hat{\mu}$ が μ の不偏推定量 $\Leftrightarrow E(\hat{\mu})=\mu$

$E(\hat{\mu})=E(a_1X_1+a_2X_2+\cdots+a_nX_n)$

$=a_1E(X_1)+a_2E(X_2)+\cdots+a_nE(X_n)$ } 平均についての公式.

$=a_1\mu+a_2\mu+\cdots+a_n\mu$

$=(a_1+a_2+\cdots+a_n)\mu$

すなわち、$E(\hat{\mu})=\mu \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}a_i=1$.

よって. $\hat{\mu}$ が不偏推定量であるための必要十分条件は. $\sum_{i=1}^{n}a_i=1$.

(4) (3)において. $n=2$ とすると. $\hat{\mu}=a_1X_1+a_2X_2$.

$V(\hat{\mu})=V(a_1X_1+a_2X_2)$

$=a_1^2V(X_1)+a_2^2V(X_2)$

$=\sigma^2(a_1^2+a_2^2)$

ここで、(3)より、$\hat{\mu}$ が不偏推定量ならば $a_1+a_2=1$ なので.

$a_1^2+a_2^2=a_1^2+(1-a_1)^2$

$=2a_1^2-2a_1+1$

$=2(a_1-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$

したがって、$a_1=a_2=\frac{1}{2}$ のとき、分散は最小となる。

No.11. その2.

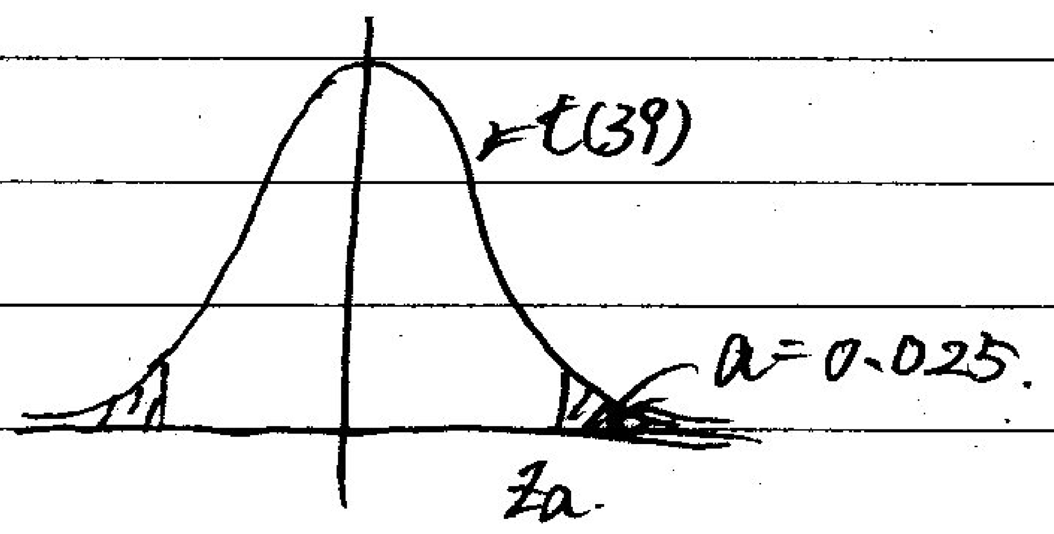
2. $z=\frac{|\bar{x}-\mu|}{\sqrt{s^2/n}} \sim t(n-1)$ （母分散σ^2が未知なため、標本分散（今回は標準偏差）を用いて推定する。このとき、$\bar{x}-\mu/\sqrt{s^2/n} \sim t(n-1)$ を用いる）

$= \frac{18.2-\mu}{5.4/\sqrt{40}} \sim t(39)$

これは $t(39)$が、μを確率変数とする確率分布であることを示す。

信頼係数95%の信頼区間について
数表から、$z_{0.025}(39)=2.023$ なので、

$P\left(-2.023 \le \frac{18.2-\mu}{5.4/\sqrt{40}} \le 2.023\right)=0.95$



$\Leftrightarrow P(16.5 \le \mu \le 19.9)=0.95$

∴信頼係数95%の信頼区間は$[16.5, 19.9]$ //

同様に信頼係数99%の信頼区間は、数表から、$z_{0.005}(39)=2.708$ なので、

$P\left(-2.708 \le \frac{18.2-\mu}{5.4/\sqrt{40}} \le 2.708\right)=0.99$

$\Leftrightarrow P(15.9 \le \mu \le 20.5)=0.99$　　∴99%信頼区間は、$[15.9, 20.5]$ //

以上、ウダウダ計算してきましたが、プリントNo.11に掲載されている公式を使って一瞬で解けます。ただ、公式をド忘れしちゃうこともあると思われるので、t分布から求められるようにしておくと安心かもしれません。

・公式による解法・

公式
正規母集団$N(\mu,\sigma^2)$の母平均μの信頼区間は、σ^2が未知のとき、信頼係数をαとすれば

$\left[\bar{x}-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\sqrt{\frac{s^2}{n}},\ \bar{x}+t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}\right]$ と書ける

これを用いれば、$t_{0.025}(39)=2.023$, $t_{0.005}(39)=2.708$, $S=5.4$, $n=40$ $\bar{x}=18.2$を入れ、95%, 99%信頼区間が出てくる。
証明は前半の解法のようにやればできます。(P226 (11.43))

自習課題

問 1 章末問題 11.4、11.5、11.7、11.8、11.9 を解け。なお、11.8 と 11.9 は中心極限定理を用いること (n は大して大きくないが計算の制約上仕方がない)。

問 2 ある薬品中に含まれるケイ酸マグネシウムの含有率は $\mu = 0.8\%$ と成分表示されている。その薬品についてケイ酸マグネシウムの含有率を 4 回測定したところ、標本平均 $\bar{X} = 0.868\%$、標本不偏分散 $s^2 = 0.056\%$ を得た。この含有率は成分表示より著しく多いと言えるか。正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ を仮定して、有意水準 0.05 で検定せよ。有意水準 0.01 ではどうか。(これは片側 t 検定の問題だが、授業でそこまで進まなければ両側 t 検定でやってみよう。片側検定を自習してチャレンジすると更によい。)

問 3 ある企業のシャンプーはその顧客の 7 割が 20 代女性であった。最近の調査で顧客 600 人について調べたところ 20 代女性は 360 人であった。割合に変化があったと考えられるか。

問 4 $X_1, X_2, \cdots, X_m$ はベルヌーイ母集団 $Bi(1,p)$ からの大きさ m の無作為標本、$Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ は $Bi(1,q)$ からの大きさ n の無作為標本とし、両者は独立とする。

(a) 標本の大きさが共に十分大きいとき、標本平均 $\bar{X}$ と $\bar{Y}$ はそれぞれどのような分布に従うか。

(b) 標本平均の差 $\bar{X} - \bar{Y}$ の分布を求めよ。

(c) 帰無仮説 $H_0 : p = q$ を対立仮説 $H_1 : p \neq q$ に対して検定する。$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{m} + \frac{\bar{Y}(1-\bar{Y})}{n}}}$ とおく。このとき、

$$\begin{cases} |Z| > z_{\alpha/2} & \Rightarrow \quad H_0\text{を棄却する} \\ |Z| \leq z_{\alpha/2} & \Rightarrow \quad H_0\text{を採択する} \end{cases}$$

が有意水準 α の検定であることを示せ。

(d) 無作為に選んだ男子学生 120 人と女子学生 90 人に、学生食堂のメニューについて尋ねたところ、それぞれ 80 人と 45 人が満足と回答した。両者の回答に差があるか否かについて有意水準 0.05 で検定せよ。

先週の問題の略解問 1 (1) 仮定より、$E(X_1) = \cdots = E(X_n) = \mu$ なので、$E(\hat{\mu}_1) = E(X_1) = \mu$、$E(\hat{\mu}_2) = E\left\{\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2\right\} = \frac{1}{2}E(X_1) + \frac{1}{2}E(X_2) = \frac{1}{2}\mu + \frac{1}{2}\mu = \mu$。同様にして、$E(\hat{\mu}_3) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n E(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \mu = \mu$。(要するに、$E(\sum_{i=1}^n a_i X_i) = \sum_{i=1}^n a_i E(X_i)$ ということである。) よって、3 つの推定量は全て μ の不偏推定量である。この略解がちんぷんかんぷんな人は不偏推定量の定義を知らないのが原因。調べておくこと。(2) 仮定より、$V(X_1) = \cdots = V(X_n) = \sigma^2$ である。また、$X_1, \cdots, X_n$ は独立であるから、既に示した公式より、$V(\sum_{i=1}^n a_i X_i) = \sum_{i=1}^n a_i^2 V(X_i) = \sigma^2 \sum_{i=1}^n a_i^2$ が成り立つ。よって、若干の計算の末、$V(\hat{\mu}_1) = \sigma^2$、$V(\hat{\mu}_2) = \sigma^2/2$、$V(\hat{\mu}_3) = \sigma^2/n$ が分かる。後は明らか。(3)「$\hat{\mu}$ は μ の不偏推定量」$\Longleftrightarrow$「$E(\hat{\mu}) = \mu$」であった。ところで、$E(\hat{\mu}) = E\{\sum_{i=1}^n a_i X_i\} = \sum_{i=1}^n a_i E(X_i) = \mu \sum_{i=1}^n a_i$ であるから、$E(\hat{\mu}) = \mu \Longleftrightarrow \mu \sum_{i=1}^n a_i = \mu \Longleftrightarrow \sum_{i=1}^n a_i = 1$。よって、$\sum_{i=1}^n a_i = 1$ が求める必要十分条件。(4) 前問より、$n = 2$ の場合の線形不偏推定量は、$\hat{\mu} = a_1 X_1 + a_2 X_2$(但し、$a_1 + a_2 = 1$) なる形をしている。$a = a_1$ として、$\hat{\mu} = aX_1 + (1-a)X_2$ と書き直す。$V(\hat{\mu}) = a^2 V(X_1) + (1-a)^2 V(X_2) = \sigma^2\{a^2 + (1-a)^2\} = \sigma^2\{2a^2 - 2a + 1\} = \sigma^2 \left\{2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\right\}$ なので、$a = 1/2$ で最小。即ち、$a_1 = a_2 = 1/2$ で最小。即ち、$\bar{X}$ は線形不偏推定量の中で最小の分散を持つ。このことを、「$\bar{X}$ は最良線形不偏推定量である」とも言う。最良線形不偏推定量は、Best Linear Unbiased Estimator の訳。BLUE と略すことが多く、この略し方は世界中で通用する。「ブルー」と呼ぶ人も多い。「ブルー」と呼ぶのがカッコいいと思っている人も多い。**問 2** 数表より $t_{0.025}(39) = 2.023$、$t_{0.005}(39) = 2.708$ であるから、公式 $[\bar{X} \pm t_{\alpha/2}(n-1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}]$ に $\bar{X} = 18.2$、$s = 5.4$、$n = 40$ を代入して、95%信頼区間 $[16.5, 19.9]$ を得る。99%信頼区間は $[15.9, 20.5]$ となる。

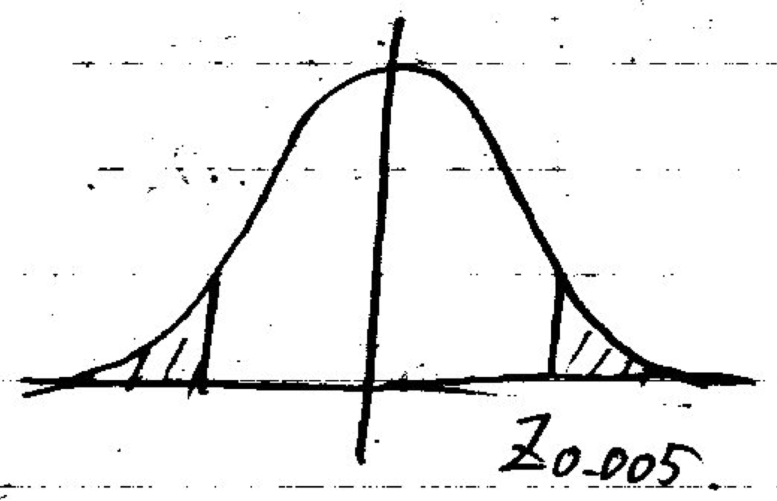
No.

Date

No.12 その1

1. 11.4 標本平均を $\bar{X}$ とすると

$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{9/n}} \sim N(0,1)$



$z_{0.005} = 2.58$

$P(-2.58 \leq \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{9/n}} \leq 2.58) = 0.99$.

信頼係数99%の信頼区間は $[\bar{x} \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \times 7.74]$

信頼区間の幅は $15.48 \times 1/\sqrt{n}$

よって、幅が1以下となるには $\sqrt{n} > 15.48$　$n > 239.63$.

∴ nを240以上にすればよい。// (教科書の解と微妙に違いますが、誤差でしょうか？)

11.5 投薬群の赤血球数を $X_1, \dots, X_{10}$ とし $X_1 \dots X_{10} \overset{iid}{\sim} N_1(\mu_1, \sigma_1^2)$

対照群 〃 を $Y_1 \dots Y_{10}$ とし $Y_1 \dots Y_{10} \overset{iid}{\sim} N_2(\mu_2, \sigma_2^2)$ とする

$\bar{X} = \frac{1}{10}(7.97+7.66+7.59+8.44+8.05+8.08+8.35+7.77+7.98+8.15)$

$= 8.004$

$\bar{Y} = \frac{1}{10}(8.06+8.27+8.45+8.05+8.51+8.14+8.09+8.15+8.16+8.42)$

$= 8.23$.

$S^2 = \frac{10}{18}V(X) + \frac{10}{18}V(Y)$

$= \frac{10}{18}\{E(X^2)+E(Y^2)-\{E(X)\}^2-\{E(Y)\}^2\}$

$E(X^2) = 64.13$　$E(Y^2) = 67.76$

$\therefore S^2 = \frac{10}{18}\{64.13+67.76-64.06-67.73\} = 0.056$

$\therefore S = 0.237$ (教科書と少し違いますが、誤差でしょう)

母分散 σ_1^2, σ_2^2 は等しく、σ^2と書けると仮定できる。∴ ($\sigma_1 \neq \sigma_2$の場合は、よくわからん近似が必要).

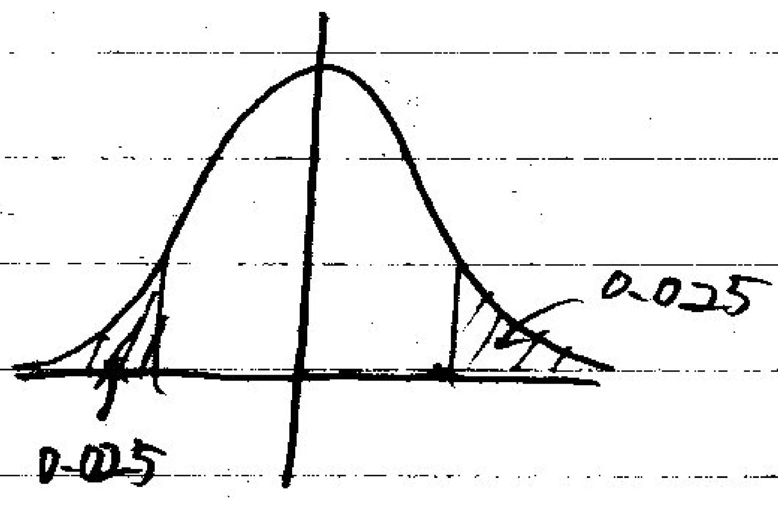
$t = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{S^2(\frac{1}{10}+\frac{1}{10})}} \sim t(18)$

$= \frac{\sqrt{5}}{0.235}\{-0.226-(\mu_1-\mu_2)\}$

No.

Date

No.12. その2



$t_{0.025}(18) = 2.101$.

$P(-t_{0.025}(18) \leqq t \leqq t_{0.025}(18)) = 0.95$.

$-2.101 \leqq \frac{\sqrt{5}}{0.235}\{-2.26-(\mu_1-\mu_2)\} \leqq 2.101$

これを解くて $-4.361 \leqq \mu_1-\mu_2 \leqq -0.159$.

∴信頼区間は $[-4.361, -0.159]$ // 解で少し違いますが、こんな感じで求めばできます。

また、公式(p226)を使えば、早いです。

11.7. 東京の最低気温を $X_1 \cdots X_{10} \sim N_1(\mu_1, \sigma^2)$

大阪の 〃 $Y_1 \cdots Y_{10} \sim N_2(\mu_2, \sigma^2)$ とする(問題文より母分散は等しい)

(i) $\bar{X} = \frac{1}{10}(21.8 + \cdots + 24.6) = 24.21$

$E(X^2) = 587.87$

$s_x^2 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(X_i - \bar{X})^2 = \frac{10}{9}V(X) = \frac{10}{9}(E(X^2) - E^2(X))$ 1.431

$= 1.94$

$s = 1.391$

$t_{0.005}(9) = 3.25$

∴ $[24.21 \pm 3.25 \times \frac{1.391}{\sqrt{9}}] = [22.78, 25.64]$ //

(ii) $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ であることを利用する.

$\chi^2_{0.025}(9) = 19.02$. $\chi^2_{1-0.025}(9) = 2.70$.

$P(2.70 \leqq \frac{9 \times 1.94}{\sigma^2} \leqq 19.02) = 0.95$. 17.46

∴ $[0.918, 6.47]$ //

12-3

ⅲ) 一見 2標本問題ですが、データが対になっているので、差をとって、それをデータとし、1標本問題として解くらしいです (P228, コラム)

$W_i = X_i - Y_i$ のデータは

$-0.3,\ -2.9\ -0.6,\ -0.7,\ 0.6,\ 0,\ -0.1,\ 0.4,\ 0.3,\ 0.6.$

よって $E(W) = -0.27$

$E(W^2) = 1.033$

$s^2 = \frac{10}{9} V(W) = \frac{10}{9}(E(W^2) - E^2(W))$

$= 1.067 \qquad s = 1.033$

$t_{0.025}(9) = 2.262$

よって $[-0.27 \pm 2.262 \times 1.033/\sqrt{10}]$

$[-1.01,\ 0.47]$ ← どうしても解が合いません。

間違いとか見つけたら教えてくれるとありがたいです。

12-4

11.8. 中心極限定理より.

$\bar{X} \fallingdotseq N(p, \frac{p(1-p)}{n})$。

$Z_{0.025} = 1.96$

$\cancel{P(-Z_{0.025} \leqq \frac{\bar{X}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \leqq Z_{0.025}) \fallingdotseq 0.95}$

∴信頼区間は $[\bar{X} \pm Z_{0.025}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}]$

ここで、大数の法則より. $p \fallingdotseq \bar{X}$.

また、$\bar{X} = 27/50 = 0.54$

以上より、信頼区間は $[0.54 \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{0.54(1-0.54)}{50}}]$ 0.13..

$= [0.41, 0.67]$ //

11.9. 標本平均を $\hat{\lambda}$ とすると $\hat{\lambda} = 4.8$.

中心極限定理より.

$\bar{X} \fallingdotseq N(\lambda, \lambda)$

$Z_{0.005} = 2.58$

$\therefore P(-2.58 \leqq \frac{\hat{\lambda}-\lambda}{\sqrt{\lambda/n}} \leqq 2.58) \fallingdotseq 0.99$

$\therefore [\hat{\lambda} \pm 2.58 \times \sqrt{\lambda/n}]$.

大数の法則より $\hat{\lambda} \fallingdotseq \lambda$ を用いて.

$[\hat{\lambda} \pm 2.58 \times \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}}]$

$\therefore [4.8 \pm 2.58 \times \sqrt{\frac{4.8}{10}}] = [3.02, 6.58]$ //

No.

Date

12-5

2. $\begin{cases} H_0: \mu = 0.8 \\ H_1: \mu > 0.8 \end{cases}$ として検定する。すなわち、$\begin{cases} \bar{X} > c &: H_0 棄却 \\ \bar{X} \leqq c &: H_0 採択 \end{cases}$

$t = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{s^2/n}} \sim t(n-1)$

有意水準 0.05 ならば、$\mu = 0.8$ として、$\bar{X} > c$ となる確率が 0.05 と
なるような c を求める。　↳第一種の誤ちを犯す確率が 0.05.

すなわち、$P(\bar{X} > c) = P\left(\dfrac{\bar{X} - 0.8}{\sqrt{s^2/n}} > c'\right) = 0.05 \quad \left(c' = \dfrac{c - 0.8}{\sqrt{s^2/n}}\right)$

$\dfrac{\bar{X} - 0.8}{\sqrt{s^2/n}} \sim t(n-1)$ から、$c' = t_{0.05}(3) = 2.353$

$\dfrac{\bar{X} - 0.8}{\sqrt{s^2/n}} = \dfrac{0.868 - 0.8}{\sqrt{0.056/4}} = 0.574 < 2.353$

$\therefore H_0$ 採択。
すなわち著しく多いとは言えない

有意水準 0.01 ならば $t_{0.01}(3) = 4.541 > 0.574$ で、H_0 採択。//

以上、ウダウダ解いてきましたがポイントは、($H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu > \mu_0$ なら)

① $\bar{X} - \mu_0$ の評価を $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{s^2/n}}$ の値で評価すること。

② H_0 を仮定して、$\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{s^2/n}} \sim t(n-1)$ となること。

③ ②から、有意水準 α のとき、$c = t_\alpha(n-1)$ で表せること。

④ 結局、c と $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{s^2/n}}$ を比べるということ。

両側と片側では、$c = t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ と、$c = t_\alpha(n-1)$ で異なります。
シケプリが分かりやすいので、そっちを参考にして下さい。

No.

Date

12-6

3、中心極限定理を使います。

顧客中の20代女性の割合をpとする。

$X_i = \begin{cases} 1. & (20代女性) \\ 0. & (その他) \end{cases}$ とすると、$X_1, \cdots, X_{600}$ は $Bi(1, p)$ である。

ここで、中心極限定理より、

$\bar{X} \fallingdotseq N(p, \frac{p(1-p)}{n})$

$H_0: p = 0.7$、$H_1: p \neq 0.7$ を検定する。

あとは、αを適当に定めて、cを求めていけばよい。ここでは、$\alpha = 0.05$とする。

$t = \frac{\bar{X} - 0.7}{\sqrt{0.7 \times 0.3 / 600}}$ とすると

$\begin{cases} |t| > c & : H_0 棄却 \\ |t| \leqq c & : H_0 採択 \end{cases}$

両側検定なので、$c = z_{0.025} = 1.96$.

$\bar{x} = 360/600 = 0.6$を代入して、

$|t| = 5.35 > 1.96$ ∴ H_0を棄却.

従って、20代女性の割合は変化した。

No.

Date

12-7

4. (a). 中心極限定理より. $\bar{X} \sim N(p, \frac{p(1-p)}{m})$

$\bar{Y} \sim N(q, \frac{q(1-q)}{n})$

(b) $\bar{X}-\bar{Y} = \bar{X}+(-\bar{Y}) = N(p-q, \frac{p(1-p)}{m} + \frac{q(1-q)}{n})$

(c). $\frac{\bar{X}-\bar{Y}-(p-q)}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{m}+\frac{q(1-q)}{n}}} = Z'$ とおくて $Z' \sim N(0,1)$ であるので.

$P(|Z'| > Z_{\frac{\alpha}{2}}) = \alpha$

大数法則より. $p \fallingdotseq \bar{X}$, $q \fallingdotseq \bar{Y}$.

$\therefore Z'' = \frac{\bar{X}-\bar{Y}-(p-q)}{\sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{m}+\frac{\bar{Y}(1-\bar{Y})}{n}}}$ とおくて. $Z'' \sim N(0,1)$

$P(|Z''| > Z_{\frac{\alpha}{2}}) = \alpha$

H_0を仮定すると. $Z = Z'' \sim N(0,1)$ なので.

$P(|Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}}) = \alpha$ が成り立つ.

(有意水準
→ H_0を仮定したとき、
H_0を棄却してしまう確率)

(d) (c)を利用する。Xを男, Yを女とする。

$\bar{X} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$. $\bar{Y} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$. $m=120$. $n=90$.

$|Z| = \frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}}{120}+\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{90}}} = 2.46$.

$Z_{0.025} = 1.96 < 2.46$. $\therefore H_0$を棄却. $\therefore$ 男女差があると考えられる。