数ⅠB 公式集

Date . . No.

〈補完公式〉

$x_0=0$ で y_0, $x_1=1$ で y_1, …, $x_n=n$ で y_n となる n 次関数は

$$y=y_0+\frac{x}{1}\Delta y_0+\frac{x(x-1)}{2\cdot 1}\Delta^2 y_0+\cdots+\frac{x(x-1)(x-2)\cdots(x-n+1)}{1\cdot 2\cdot\cdots\cdot n}\Delta^n y_0$$

で与えられる（$\Delta y_0=y_1-y_0$, $\Delta^2 y_0=\Delta y_1-\Delta y_0$）

〈テーラー展開〉◎

$$f(x)=f(0)+f'(0)x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\cdots$$

※ 有名なもの

- $e^x=1+x+\frac{1}{2!}x^2+\cdots$
- $\log(1+x)=x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3-\cdots$
- $\sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\cdots$
- $\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\cdots$

〈ド・モアブルの公式〉

$$\cos nx=\cos^n x-\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}\cos^{n-2}x\sin^2 x+\cdots$$
$$\sin nx=n\cos^{n-1}x\sin x-\frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}\cos^{n-3}x\sin^3 x+\cdots$$

〈オイラーの公式〉◎

$$e^{ix}=\cos x+i\sin x$$
$$\Rightarrow \cos x=\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2},\quad \sin x=\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$$

〈逆三角関数の微分〉◎

- $(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$

〈包絡線の求め方〉

$y=f(a)x+g(a)$ …Ⓐ

が, x を固定したとき, a が変化しても y が変化しない a の式, すなわち

$$\frac{\partial y}{\partial a}=0$$

となる $a=h(x)$ をⒶに代入した式がⒶの包絡線となる。

〈曲線の曲率〉

曲線 $y=f(x)$ 上での点 $(a, f(a))$ における

曲率半径 r $\quad r=\frac{(1+f'(a)^2)^{\frac{3}{2}}}{f''(a)}$

曲率中心 ―

$$\left(a-\frac{f'(a)(1+f'(a)^2)}{f''(a)},\ f(a)+\frac{1+f'(a)^2}{f''(a)}\right)$$

〈曲線の長さ〉◎

$$L=\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

No. Date

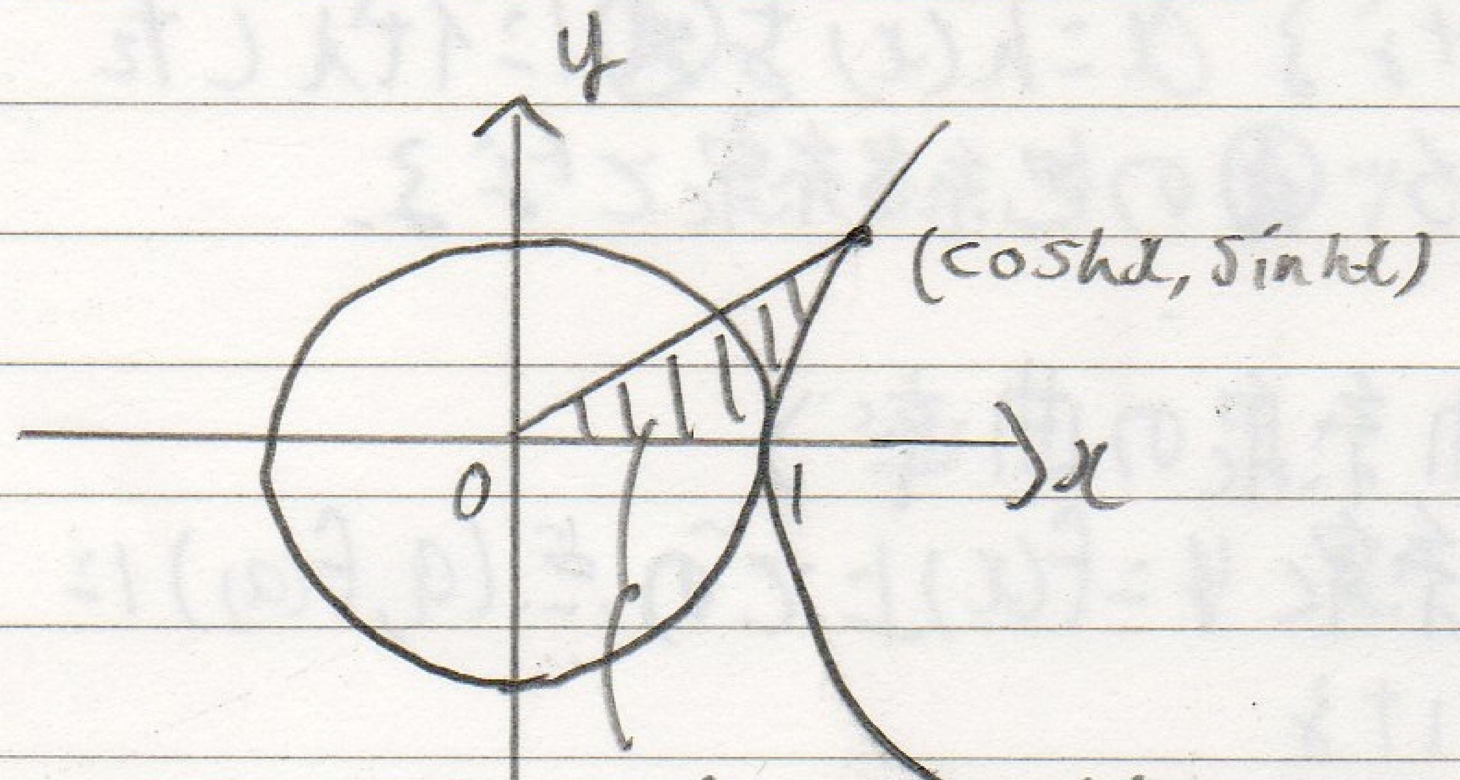
〈双曲線関数〉◎

$$\boxed{\begin{aligned} &\cdot \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \\ &\cdot \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \end{aligned}}$$

※ arsinh$x$（エリアアークサイン）

$y = \mathrm{arsinh}\,x$
$\Longleftrightarrow x = \sinh y$

$\mathrm{arsinh}\,x = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$
$(\mathrm{arsinh}\,x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$



この部分の面積がarsinhx