

情報 練習問題 2

【問題】

以下の文章を読んで，問いに答えよ．

次は， $x, y (\in \mathbf{N})$ の最大公約数を求める関数 $gcd(x, y)$ である．

```
gcd(x, y) =  
  if (y = 0) then  
    return x  
  else  
    return gcd(y, x mod y)  
  endif
```

このアルゴリズムは，ユークリッドの互除法と呼ばれる．

- (1) $gcd(1048, 482)$ を求めよ．
- (2) $x < y$ のとき， $gcd(x, y)$ を実行するとどうなるか．述べよ．
- (3) 関数 gcd を非再帰的に書きなおせ．
- (4) 配列 A の要素 $A_1, A_2, \dots, A_n (\in \mathbf{N})$ の gcd を求める関数 $ngcd(n, A)$ を書け．
ただし，関数内において関数 gcd を用いてよいものとする．

(解答は次ページです)

【解答】

(1)

2

(2)

$$\gcd(x, y) = \gcd(y, x \bmod y) = \gcd(y, x) (\because x < y)$$

となって, 正しく \gcd が求まる.

(3)

```
 $\gcd(x, y) =$   
while  $y \neq 0$  do  
     $t \leftarrow x \bmod y$   
     $x \leftarrow y$   
     $y \leftarrow t$   
done  
return  $x$ 
```

t はテンポラリ変数.

(4)

```
 $\text{ngcd}(n, A) =$   
     $d \leftarrow A_1$   
     $i \leftarrow 2$   
    while  $i \leq n$  do  
         $d \leftarrow \gcd(A_i, d)$   
         $i \leftarrow i + 1$   
    done  
    return  $d$ 
```

ループの条件を $i < n$ and $d \neq 1$ とすると, 多少効率が上がるか.