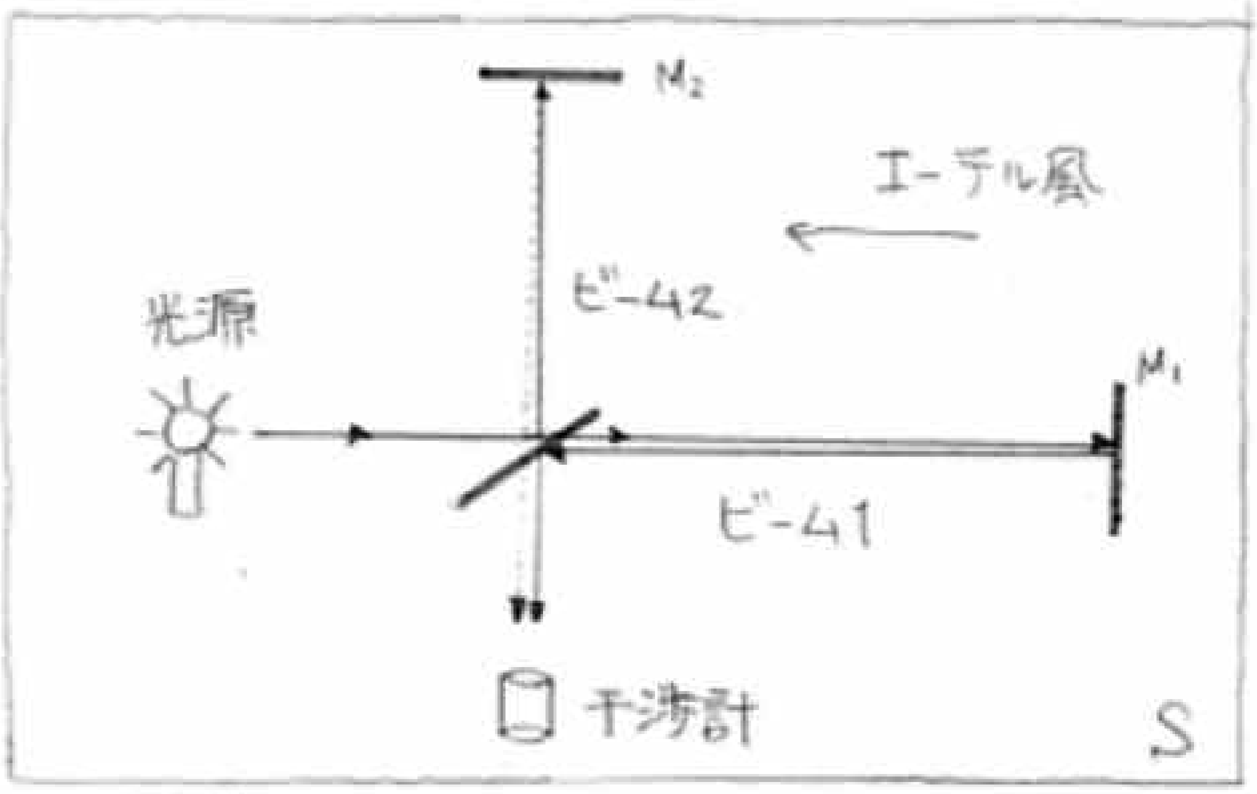
相対論 模範解答　2003年

第1問.（P.27 参照）



マイケルソン－モーリーの実験の概念図

エーテルの存在を直接的に調べるため、太陽がエーテルの静止系であるとして地上の系Sをとると、S系に対してエーテルが風となって吹きつける。このエーテル風による光の干渉を測定した。

↓（結果）

理論値のような干渉縞のずれは実験からは導き出せなかった。

∴ エーテルの存在はこの実験から矛盾することを示唆した。

第2問.

(1)（P.39～P.47 参照） S系を(x, y, t)、S'系を(x', y', t')とする

x軸方向の等速直線運動に対するローレンツ変換（P.47参照）より

$$\begin{cases} ct' = \gamma_v (ct - \beta_v x) \\ x' = \gamma_v (x - \beta_v ct) \\ y' = y \end{cases} \quad \text{ただし} \left(\begin{aligned} \beta_v &= \frac{v}{c} \\ \gamma_v &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta_v^2}} \end{aligned} \right) \text{とした。}$$

よって

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ t' \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} \gamma_v (x - \beta_v ct) \\ y \\ \gamma_v \left(t - \frac{\beta_v}{c} x\right) \end{pmatrix}} \quad \cdots ①$$

(2) ①を S系の座標で表わすと、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_v (x' + c\beta_v t') \\ y' \\ \gamma_v \left(t' + \frac{\beta_v}{c} x'\right) \end{pmatrix}$$

ところで、S系でのロケットBの運動は $y=Vt$, $x=0$ と表わされるので

代入して $y'=V\gamma_v\left(t'+\frac{\beta_v}{c}x'\right)$, $x'+c\beta_v t'=0$

この2式より、t'をパラメータとすると　t'を消去すると

$$\left\{\begin{array}{l} x'=-c\beta_v t' \\ y'=\frac{c\beta_v}{\gamma_v}t' \end{array}\right\} \cdots ②\qquad \underline{y'=-\frac{1}{\gamma_v}x'}$$

(3) ②をt'で微分すると

$$v_x'=\frac{dx'}{dt'}=-c\beta_v, \quad v_y'=\frac{dy'}{dt'}=\frac{c\beta_v}{\gamma_v}$$

よって $v'=\begin{pmatrix} v_x' \\ v_y' \end{pmatrix}=\underline{c\beta_v\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{\gamma_v} \end{pmatrix}}\cdots ③$

(4) S'系を (x'', y'', t'') とすると、$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ t'' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x \\ \gamma_v(y-\beta_v ct) \\ \gamma_v\left(t-\frac{\beta_v}{c}y\right) \end{pmatrix}$

逆に表わすと (1)を参考にして $\begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x'' \\ \gamma_v(y''+c\beta_v t'') \\ \gamma_v\left(t''+\frac{\beta_v}{c}y''\right) \end{pmatrix}$

S系でのロケットAの運動は $x=Vt$, $y=0$ と表わされるので

代入して $x''=V\gamma_v\left(t''+\frac{\beta_v}{c}y''\right)$, $y''+c\beta_v t''=0$

よって $\left\{\begin{array}{l} x''=\frac{c\beta_v}{\gamma_v}t'' \\ y''=-c\beta_v t'' \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} v_x''=\frac{c\beta_v}{\gamma_v} \\ v_y''=-c\beta_v \end{array}\right. \therefore v''=c\beta_v\begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma_v} \\ -1 \end{pmatrix}\cdots ④$

③,④を比較すると $v'\neq -v''$

第3問 (1) Aから発する光パルスの角振動数をω,
乗組員が受ける角振動数をω'とすると.
Aとロケットは相対速度 $V=0.6c$ で遠ざかっているので

$$\omega' = \omega\sqrt{\frac{1-\beta_v}{1+\beta_v}}$$ (P.73 参照)

$$\therefore \omega' = \frac{1}{2}\omega$$

よって $T' = \frac{2\pi}{\omega'} = 2\cdot\frac{2\pi}{\omega} = \underline{2T}$

(2) Bが受ける角振動数をω''とすると
Bとロケットは相対速度 $V=0.6c$ で近づいているので

$$\omega'' = \omega'\sqrt{\frac{1+\beta_v}{1-\beta_v}}$$

$$\therefore \omega'' = 2\omega'$$

よって $T'' = \frac{2\pi}{\omega''} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{\omega'} = \underline{T}$

(3) 光に関するドップラー効果では.相対論により、
光速cはどの系でも一定.かつ超えることはない、ため
光源・観測者が動いていても何ら問題にならない。
つまり.乗組員がA.Bに対して静止している場合でも同じである。

第4問.