１

①記述統計とは、ある母集団についてすでにその属性がわかっていて、それをわかりやすく記すためにデータを整理し、分布を要約する手法である。一方推測統計とは全数調査が一般に難しい母集団の一部から取り出したデータを用いて母集団全体の特徴を推測するための手法である。

②確立質量関数とは、離散的確率変数をとる確率について適用され、グラフにして表したとき横軸が確率変数、縦軸にその時の確率をとるような関数のことである。一方確率密度関数とは、連続的確率変数を取る確率について適用され、グラフで表したときに横軸が確率変数、縦軸がその値における確率の密度を表すような関数のことである。

③パラメトリックとは、ある母集団分布について分布の仕方が、事前に「ワイブル分布」のように具体的に示されていて、いくつかの定数さえわかればその母集団全体を知ることができる場合のことである。一方ノンパラメトリックとは、そのように具体的な分布の様子がわからず、定数をいくつか定めただけでは母集団分布を決定できない場合のことである。

２

条件付確率の定義より、求める確率は

P(「不良品が C1 製である」｜「不良品が検出された」)

$$=\frac{\text{P(C1製の不良品である)}}{\text{P(不良品が検出される)}}=\frac{0.3\times0.05}{0.3\times0.05+0.2\times0.02+0.5\times0.03}=\frac{15}{34}$$

３

n=20000,p=0.00001 とすると、n が非常に大きく p が０に近いので、この問いにおいて、λ＝np＝0.2 とするポアソン分布を定義することができる。

この時、$f(x)=\dfrac{e^{-0.2}\cdot(0.2)^x}{x!}$ となる。今求めるのはｆ(ｘ＞＝２)の時であるので、ポアソン分布が離散型分布であることより x=0,1 を除いた余事象を考える。すなわち

ｆ(ｘ＞＝２)＝１－ｆ(ｘ＜＝１)

＝１－(ｆ(0)＋ｆ(1))

＝１－$(1+0.2)e^{-0.2}$

＝１－$1.2e^{-0.2}$ となる。

４

この試験の得点分布はN(68,100)の正規分布である。

(1)この時、μ =68、σ =10 なので

60=μ −0.8σ　 70=μ −0.2σ であることとあわせると、標準化変数を用いて、

$$P(60 \le x \le 70) = P(-0.8 \le \frac{x-\mu}{\sigma} \le 0.2)$$
$$= 1-(Q(0.2)+Q(0.8))$$
$$= 1-(0.421+0.212)$$
$$= 0.367$$

(2)教科書後ろの表より、$P(\frac{x-\mu}{\sigma} \ge \alpha) = 0.3$ を満たすようなαの値はおよそ 0.525 である。

よってこの値をαに代入して上の不等式を解くと、

$$x-\mu \ge 0.525\sigma$$
$$x \ge \mu + 0.525\sigma = 68+5.25 = 73.25$$
である。

ただし、試験の点数はほぼ確実に整数値をとるので、題意を満たすためには優はおよそ 74 点以上にすればよい。(73 点以上でも可だと思います。)

５

標本平均$\overline{X}$ =２２　標本不偏分散$\sigma^2 = 8.5$である。

(1)

現在、この正規母集団に関する母平均、母分散の情報が無いのでステューデントの統計量を導入して考える。この時信頼水準 95%の信頼区間はｔ分布を用いて書くと、

〔$\overline{X}$ −σ・$t_{0.025}(8)$/３，$\overline{X}$ ＋σ ・$t_{0.025}(8)$/３〕と書ける。

$t_{0.025}(8)$ ≒2.306、σ ≒2.915 より求める区間は〔19.76、24.24〕となる。

(2)

帰無仮説 H_0:μ =21 に対し、対立仮説 H_1:$\mu \ne 21$ を有意水準α =0.05 で検定する。今母分散がわかっていないからステューデントのｔ統計量を計算すると、

ｔ =1.029 という値になる。

これに対し、有意水準α =0，05 に対応するｔ分布ｔ(8)のパーセント点は、

$t_{0.025}(8)$ ≒2.306 だから、1.029<2.306 となるので、有意水準α =0.05 では帰無仮説 H_0:μ =21 は棄却されない。

６

薬剤の投与を A、病気の発症を B とすると、

帰無仮説 H_0：すべての i,j に対し、P(Ai∩Bj)＝P(Ai)P(Bj)　に対して、

対立仮説 H_1：すべての i,j に対し、P(Ai∩Bj)≠P(Ai)P(Bj)　を有意水準 α ＝0.05 で検定する。

このとき、独立性の χ^2 検定の基準を計算すると、

$$\chi^2 = \frac{(19-\frac{46\cdot 82}{160})^2}{\frac{46\cdot 82}{160}} + \frac{(27-\frac{46\cdot 78}{160})^2}{\frac{46\cdot 78}{160}} + \frac{(63-\frac{114\cdot 82}{160})^2}{\frac{114\cdot 82}{160}} + \frac{(51-\frac{114\cdot 78}{160})^2}{\frac{114\cdot 78}{160}} \fallingdotseq 2.556$$

それに対し、この χ^2 分布の自由度は(2-1)・(2-1)＝１なので、$\chi^2{}_{0.05}(1) = 3.841$ となり、

2.556<3.841 なので有意水準 α =0.05 では帰無仮説 H_0 は棄却されない。

すなわち、薬剤投与と病気の発症の間には関連が認められない。